

Kalkulus I. kollokvium (2002. december 19.) [P]

1. Definíciók, tételek

- a) Definiálja egy $H \subseteq \mathbb{R}$, $H \neq \emptyset$ számhalmaz supremumát!
- b) Mit jelent az, hogy egy függvény az $\langle a, b \rangle$ intervallumon egyenletesen folytonos?
- c) Definiáljuk kétféleképpen, mit értünk az alatt, hogy az f függvény határértéke a $-\infty$ -ben l .
- d) Definiálja az $\arcsin(x)$ függvényt!
- e) Mondja ki az inverzfüggvény differenciálásáról szóló tételt!
- f) Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!

2. Kötelező bizonyítás

Bizonyítsa, hogy az $(1 + \frac{1}{n})^n$ és $(1 + \frac{1}{n})^{n+1}$ sorozatok konvergensek és határértékük megegyezik!

3. Esszé

Intervallumon folytonos függvények. Definíció. Bolzano-Darboux tulajdonság. A korlátos zárt intervallum esete.

4. Feladatok

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{2n}(\sqrt{n+3} - \sqrt{n-2})$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$

- c) Hol folytonos az alábbi függvény? Ahol a függvény nem folytonos, ott vizsgálja meg a féloldali határértéket. Vizsgálja meg a $+\infty$ -ben és a $-\infty$ -ben is a határértéket. Készítsen ábrát a vizsgálat végén. Hol invertálható a függvény?

$$f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$$

- d) Határozza meg az alábbi függvény értelmezési tartományát és értékkészletét. Mit lehet mondani a függvény monotonitásáról? Készítsen ábrát.

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 + 6x - 7}}$$

Jó munkát!