

KALKULUS II. TÉTELSOR
levelező prog. mat. (2004–2005.)

Kötelező bizonyítások

1. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a középérték-tétel Rolle-féle alakját!
2. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a középérték-tétel Lagrange- és Cauchy-féle alakját!
3. Fogalmazza meg és bizonyítsa be azokat a tételeket, amelyek az f függvény monotonitása és első deriváltja között teremtenek kapcsolatot! (szükséges, illetve elégséges feltételek)
4. Fogalmazza meg és bizonyítsa be azokat a tételeket, amelyek az f függvény szélsőértékei és első deriváltja között teremtenek kapcsolatot! (szükséges, illetve elégséges feltételek)
5. Bizonyítsa be, hogy a deriváltfüggvény Bolzano–Darboux tulajdonságú!
6. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a L'Hospital-szabályt! (az $f(x) \rightarrow 0$, $g(x) \rightarrow 0$, ha $x \rightarrow a$ esetet)
7. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Jensen-egyenlőtlenséget!
8. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Taylor-formulára és annak maradéktagjára vonatkozó tételt!
9. Adja meg a $\sin x$ 0-körüli Taylor-polinomját és vizsgálja meg a hibatagot!
10. Mutassa be a Newton–Raphson-féle gyökkereső eljárást és bizonyítsa be annak helyességét!
11. Bizonyítsa be, hogy egy függvény primitív függvényei csak konstansban különböznek!
12. Adja meg a helyettesítéses integrálás formuláját primitív függvényre és bizonyítsa be annak helyességét!
13. Mutassa be a racionális törtfüggvények primitiválásának általános módszerét és határozza meg az $\int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$ integrált!
14. Fogalmazza meg és bizonyítsa be, hogyan viselkednek az alsó és felső összegek a beosztás finomításakor!
15. Határozza meg az $\int_0^1 x^2 dx$ integrál értékét a definíció szerint!
16. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az osszcillációs kritériumot!
17. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a monoton függvények integrálhatóságáról szóló tételt!
18. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a folytonos függvények integrálhatóságáról szóló tételt!
19. Fogalmazza meg és bizonyítsa be a Newton–Leibniz-féle formulát!
20. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az integrál intervallum szerinti additivitására vonatkozó tételt!
21. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az integrál linearitására vonatkozó tételt!
22. Bizonyítsa be, hogy integrálható függvények szorzata is integrálható!
23. Bizonyítsa be, hogy integrálható függvény abszolút értéke is integrálható, továbbá hogy érvényes az $|\int_a^b f| \leq \int_a^b |f|$ egyenlőtlenség!
24. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az integrálfüggvény folytonosságára vonatkozó tételt!
25. Fogalmazza meg és bizonyítsa be az integrálfüggvény differenciálhatóságára vonatkozó tételt!

Tételek, definíciók

Mindenképpen ide tartoznak azok a tételek, definíciók is, amelyek az előző részben már szerepeltek. Egy pontban esetleg több definíciót, tételt is összefoglaltunk, ezek mindegyikét tudni kell! A definíciókat, tételleket pontosan kell kimondani (amelyek feltételekkel stb.), de nem kellene motivációs részek, példák és ellenpéldák, indoklások, bizonyítások! (T: tétel, D: definíció)

1. Közéérték tételek (T)
2. Az integrálszámítás alaptétele (T)
3. Függvény monotonitásának jellemzése a különbségihányados függvénnyel és a deriválttal (T)
4. Szélsőérték jellemzése a különbségihányados függvénnyel, az első és második deriválttal (T)
5. L'Hospital-szabályok ($f(x), g(x) \rightarrow 0$; $f(x), g(x) \rightarrow \infty$; l véges vagy végtelen) (T)
6. Jeltartó függvény, jelváltó függvény (D)
7. A konvexitás fogalma (D)
8. Konvexitás jellemzése a különbségihányados függvénnyel, az első és második deriválttal (T)
9. Jensen-egyenlőtlenség, hatványközepek (T)
10. A Taylor-formula; alkalmazása a $\sin x$, $\cos x$, $\log(1+x)$, e^x függvényekre (D,T)
11. A Newton–Raphson-féle gyökkereső eljárás konvergenciasebessége (T)
12. Primitív függvény (D)
13. A helyettesítéses és a parciális integrálás formulája primitív függvényre (T)
14. A racionális törtfüggvények primitiválása (T)
15. Nevezetes racionalizáló helyettesítések (T)
16. Nevezetes rekurzív formulák (T)
17. Integrálközelítő összegek (alsó-, felső-, Riemann-féle) (D)
18. A Riemann-féle függvény integrálhatósága (nem monoton, nem folytonos) (D)
19. Darboux tétele. Az integrálhatóság Riemann-féle szükséges és elégséges feltétele (T)
20. $\int_a^a f$, $\int_b^a f$ (D)
21. Integrálható függvényekkel végezhető műveletek (linearitás, folytonos külső függvénnyel összetétel; szorzat, hányados) (D)
22. A helyettesítéses és a parciális integrálás formulája Riemann-féle integrálra (T)
23. Integrálfüggvény (D)
24. Folytonos függvények primitiválhatósága (T)
25. A improprius integrál alapesetei (D)
26. Az improprius integrál általános fogalma (D)
27. A Riemann-integrál és síktartományok területének kapcsolata (D,T)
kapcsolata (D,T)
28. A Riemann-integrál és a forgástestek térfogatának kapcsolata (D,T)