

Neve: \_\_\_\_\_

gyakorlatvezetője: \_\_\_\_\_

### Bevezetés az analízisbe, 2009. 11. 26.

Ügyeljen a feladat-részben a megfelelő indoklásokra, az elméleti részben a pontos fogalmazásra, feltételekre. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

#### Feladatok

1. Hol konvergens a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n+1)^2}{n^n} x^n$$

hatványsor? (6 pont)

2. Legyen

$$f_n(x) := n \left( \sqrt{x + \frac{1}{n}} - \sqrt{x} \right).$$

Hol konvergens ez a függvénysorozat? Mi a határfüggvénye? (7 pont)

3. Határozza meg az  $f(x) := \sqrt{-2 + |x^2 - 2|}$  függvény értelmezési tartományát és értékészletét! (5 pont)

4. Hol folytonos az  $f(x) := [x] \sin \pi x$  függvény? (Itt  $[x]$  az  $x$  egészrésze.) (6 pont)

#### Definíciók, tételek (3 × 4 pont)

A. Mit ért az alatt, hogy az  $(f_n)$  függvénysorozat egyenletesen konvergál a  $H$  halmazon?

B. Mondja ki a Cauchy–Hadamard tételt!

C. Mit ért az alatt, hogy az  $f$  függvény az  $a \in D_f$  pontban folytonos? (Mindkét definíciót adja meg.)

Jó munkát!