

3. ÉVKÖZI DOLGOZAT

mat.tanár szak I. évf., 2005. 03. 10.

A. Feladatok

1. Határozza meg a $\log(x + \sqrt{1 + x^2})$ függvény második deriváltját! (7 pont)
2. Adjon meg olyan polinomot, amely az e^x függvényt a $[-1, 1]$ intervallumon legfeljebb 10^{-3} hibával közelíti! (8 pont)
3. Határozza meg az $\frac{1 + 3x}{\sqrt{4 + 5x^2}}$ függvény értékkészletét! (8 pont)
4. Igazolja, hogy minden $x > 1$ értékre $\ln x > \frac{2x - 2}{x + 1}$ fennáll! (7 pont)
5. Végezze el az $x \cdot e^{-2/x} - 1$ függvény teljes vizsgálatát! (15 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Mit jelent az, hogy az f függvény differenciálható az a helyen?
2. Mit jelent az, hogy az f függvény konkáv az $\langle a, b \rangle$ intervallumon? (Az $\langle a, b \rangle$ intervallum lehet nyílt vagy zárt is.)
3. Mondja ki a Taylor-tételt!
4. Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!
5. Mondja ki a (differenciálható) függvény szigorú növekedése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tételket!
6. Mit ért az alatt, hogy az f függvény a -ban $-+$ jelváltó?

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Igaz-e hogy, ha az f függvény legalább másodfokú polinom, akkor bármely $a < b$ esetén van olyan $a < \xi < b$, hogy $f'(\xi) > \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ teljesül?
2. Mutassa meg, hogy az $\frac{x^2}{x+1}$ függvény egyenletesen folytonos a $[-1 + \delta, \infty)$ félegyenesen! ($\delta > 0$)
3. Fogalmazza meg (állító formában), mit jelent az, hogy az f függvénynek *nincsen* az a helyen lokális szélsőértéke! (Feltesszük, hogy $\exists I_a \subset D_f$.)

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott képletgyűjtemény.

Jó munkát!