

5. ÉVKÖZI DOLGOZAT
mat.tanár szak II. évf., 2003. 10. 17.

A. Feladatok

1. Számolja ki az alábbi integrálokat! (8 + 8 pont)

a) $\int_0^{-\log 2} \sqrt{1 - e^{2x}} dx$ b) $\int_1^\infty \frac{\arctg x}{x^2} dx$

2. Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket! (8 + 8 + 5 pont)

a) $xy' - y = (x + y) \log \frac{x + y}{x}$ b) $y' + y = e^{x/2} \sqrt{y}$ c) $y'' - 6y' + 9y = 0$

3. Az $x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$, $0 \leq t \leq 2\pi$ egyenletű görbét megforgatjuk az x tengely körül. Mekkora az így kapott test térfogata? (8 pont)

B. Definíciók, tételek (6 × 4 pont)

1. Definiálja a polárkoordinátarendszert! Hogyan kaphatók meg a polárkoordinátákból a derékszögű koordináták?
2. Mit ért az alatt, hogy egy síkgörbe rektifikálható?
3. Definiálja egy (függvénygörbe forgatásakor kapott) forgástest felszínét!
4. Mit ért Lagrange-féle interpolációs polinom alatt?
5. Mondja ki az integrálszámítás középérték-tételét!
6. Hogyan írhatók fel egy másodrendű lineáris differenciálegyenlet összes megoldásai?

C. További kérdések (3 × 7 pont)

1. Vázlatosan ábrázolja az $r(\varphi) = \cos 3\varphi$ poláregyenletű görbét!
2. Határozza meg a

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} dx$$

határértéket!

3. Van-e olyan, a $[0, 1]$ -en folytonos, nemnegatív, nem azonosan 0 függvény, amelyre $\int_0^1 f(x) dx = 0$?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képletgyűjtemény*.

Jó munkát!