3. ÉVKÖZI DOLGOZAT

mat.tanár szak I. évf., 2003. 03. 13.

A. Feladatok

1. Legyen

$$f(x) := \operatorname{arc\,tg} x + \operatorname{arc\,tg} \frac{1-x}{1+x}\,.$$

Adja meg az f' függvényt! Vázlatosan ábrázolja f-et! $(4+4$ pont$)$

2. Legyen

$$\operatorname{tg} x \sim x, \qquad \text{ha } 0 \le x \le \frac{\pi}{4}\,.$$

Becsülje meg a közelítő formula hibáját! (6 pont)

3. Diszkutálja az alábbi függvényeket: $(13+13$ pont$)$

$$\text{a)}\quad 1 - x \cdot e^{1/x} \qquad\qquad \text{b)}\quad 4x + 2 - 5\log(1+x^2)$$

4. Határozza meg az x^x függvény határértékét, ha $x \to 0+0$! (5 pont)

B. Definíciók, tételek

$(6 \times 4$ pont$)$

1. Mit jelent az, hogy az f függvény konvex az $\langle a, b\rangle$ intervallumon? (Az $\langle a, b\rangle$ intervallum lehet nyílt vagy zárt is.)

2. Mondja ki a Taylor-féle formulát!

3. Mondja ki a differenciálható függvény szigorú csökkenésének szúkséges, ill. elegendő feltételeit az első derivált segítségével!

4. Mondja ki a L'Hospital szabályt (az $x \to a$, $g(x) \to \infty$ alakot)!

5. Mondja ki a középérték-tétel Lagrange-féle alakját!

6. Mit jelent az, hogy az f függvény differenciálhányadosa az a helyen q?

C. További kérdések

$(3 \times 7$ pont$)$

1. Van-e olyan g függvény, amely nem differenciálható az a pontban, de az $f(x) := (x-a)g(x)$ igen?

2. A p paraméter mely értékei esetén differenciálható mindenütt az

$$f(x) := \begin{cases} x^p(\sin\frac{1}{x} + 2), & \text{ha } \ x \neq 0, \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

függvény?

3. Igaz-e, hogy ha az f függvény legalább másodfokú polinom, akkor mindig van olyan $\xi \in (1,2)$, amelyre $f'(\xi) > f(2) - f(1)$?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy kézzel írott egy lapos *képlet*gyűjtemény.

Jó munkát!