1. ÉVKÖZI DOLGOZAT

mat.tanár szak I. évf., 2002. 10. 17.

A. Feladatok

1. Vizsgálja az

$$a_n := \frac{n^2+3}{2n^2-5}$$

sorozatot: monoton-e? korlátos-e? konvergens-e? Adja meg $\inf a_n$ és $\sup a_n$ értékét! (10 pont)

2. Adja meg az alábbi sorozatok határértékét: (8 + 9 + 8 pont)

a) $\sqrt{n^2+5n-4}-\sqrt{n^2-4n+5}$ b) $\left(\frac{2n+3}{3n+7}\right)^n$ c) $\sqrt[n]{n2^n-3^n+4^n}$

3. Definíció szerint (küszöbszámkereséssel) igazolja, hogy

$$\frac{n^3+2n^2-n}{3-n^2} \to -\infty \ ! \quad \text{(10 pont)}$$

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Definiálja egy számhalmaz infimumát (a formális definíciót adja meg)!
2. Mit jelent az, hogy $a_n \to a$? (Az ε-os és a környezetes definíciót is adja meg!)
3. Definiálja egy adott f függvény inverzét!
4. Mit jelent az, hogy az f függvénynek $a \in D_f$-ben minimuma van?
5. Mondja ki a Cauchy-féle konvergenciakritériumot!
6. Mondja ki a konvergens sorozatokra vonatkozó első egyenlőtlenségi tételt (tehát ha $a_n \le b_n$)!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Legyen a_n egy konvergens sorozat, $a_n \neq 0$. Igaz-e, hogy szükségképpen

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \to 1 \ ?$$

2. Mit jelent az, hogy egy számsorozat *nem* korlátos felülről? (Pozitív, állító formában fogalmazza meg!)

3. Adott két konvergens sorozat, $a_n \to a$, $b_n \to b$, és tudjuk, hogy van olyan ν, hogy bármely $n > \nu$ esetén $a_n < b_n$. Lehetséges-e, hogy $a \ge b$?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók.

Jó munkát!