

5. ÉVKÖZI DOLGOZAT
mat.tanár szak II. évf., 2001. 10. 18.

A. Feladatok

1. Határozza meg az

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{n+n}$$

sorozat határértékét! (6 pont)

2. Számolja ki az alábbi integrálokat: (7 + 8 + 8 pont)

a) $\int_0^3 \arcsin \sqrt{\frac{x}{1+x}} dx$ b) $\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{1-x}}$ c) $\int_0^\infty \frac{dx}{x^2+x+1}$

3. Az $y = x^2$ egyenletű parabola $0 \leq y \leq 4$ ívét megforgatjuk az y tengely körül. Mekkora az így kapott térfogat? (7 pont)

4. Számolja ki az $r = 2\varphi$ poláregyenletű spirál $0 \leq \varphi \leq \pi$ ívének hosszát! (9 pont)

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Definiálja egy (függvénygörbe forgatásakor kapott) forgástest térfogatát!
2. Mondja ki az improprius integrálokra vonatkozó majoráns kritériumot!
3. Definiálja az (egyszerű) görbeívet!
4. Mit jelent az, hogy egy síkgörbe rektifikálható?
5. Hogyan írhatók fel egy lineáris differenciálegyenlet összes megoldásai?
6. Definiálja a polárkoordinátarendszert! Hogyan kaphatók meg a polárkoordinátákból a derékszögű koordináták?

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Létezik-e az

$$\int_0^\infty e^{-x^2} dx$$

integrál?

2. Igaz-e, hogy

$$\frac{1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}}{\int_1^n \frac{1}{x} dx} \rightarrow 1, \quad \text{ha } n \rightarrow \infty?$$

3. Vázlatosan ábrázolja az $r = \cos 3\varphi$ poláregyenletű görbét!

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók, csak egy egy lapos, kézzel írott egy lapos képletgyűjtemény.

Jó munkát!