

1. ÉVKÖZI DOLGOZAT
mat.tanár szak I. évf., 2000. 10. 20.

A. Feladatok

1. Vizsgálja az

$$a_n := \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{10}$$

sorozatot: monoton-e? korlátos-e? konvergens-e? (10 pont)

2. Adjuk meg az alábbi sorozatok határértékét: (8 + 5 pont)

a) $\sqrt{n^2 + 8n + 3} - \sqrt{n^2 + 3n + 8}$ b) $\frac{2n^2 + n + \frac{1}{2}}{3 - n - 3n^2}$

3. Adja meg az

$$a_n := \sqrt[n]{2^n + 3^{(-1)^{n \cdot n}}}$$

sorozat torlódási pontjait! (11 pont)

4. Definíció szerint (küszöbszámkereséssel) igazolja, hogy

$$\frac{n^2 - 3n + 1}{27 - 2n} \rightarrow -\infty ! \quad (11 \text{ pont})$$

B. Definíciók, tételek

(6 × 4 pont)

1. Definiálja egy számhalmaz supremumát (a formális definíciót adja meg)!
2. Mit jelent az, hogy $a_n \rightarrow a$? (Az ε -os és a környezetes definíciót is adja meg)!
3. Definiálja egy adott f függvény inverzét!
4. Mondja ki a konvergens sorozatok hányadosára vonatkozó tételt!
5. Mondja ki a rendőr-elvet!
6. Mondja ki a Bolzano–Weierstrass tételt!

C. További kérdések

(3 × 7 pont)

1. Igaz-e, hogy ha $\forall n : a_n < b_n$ és $a_n \rightarrow a$, $b_n \rightarrow b$, akkor $a < b$?
2. Mit jelent az, hogy egy számsorozat *nem* monoton növvő? (Pozitív, állító formában fogalmazza meg!)
3. Lehet-e egy konvergens és egy nem konvergens sorozat szorzata konvergens?

Ügyeljen a megfelelő *indoklásokra* az A és C részekben, a *pontos* fogalmazásra, feltételekre a B részben! A rendelkezésre álló idő 90 perc. A dolgozat írása közben elektromos eszközök, könyvek, jegyzetek nem használhatók.

Jó munkát!