

Vizsgadolgozat
(Mat. alapszak)
(Differenciál és integrálszámítás)

Név:.....

Vizsgáztató neve:.....

A) Feladatok

1. Határozza meg az alábbi integrálokat!

$$\text{a) } \int \operatorname{tg}^3 x dx; \quad \text{b) } \int x \ln \frac{1-x}{1+x} dx \quad (5 \text{ p} + 7 \text{ p})$$

2. Határozza meg az $f(x) = \sin^2 x$ függvény $a = 0$ körüli Taylor-sorát! Adja meg a konvergencia-intervallumot! (10 p)

3. Határozza meg a következő határértéket!

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}} \quad (10 \text{ p})$$

4. Végezze el az $f(x) = xe^{-x^2}$ függvény teljes vizsgálatát és ábrázolja a grafikon! (13 p)

(Legalább 12 pontot el kell érni!) **45 p**

B) Definíciók, tételek

1. Mit ért az alatt, hogy az f függvény konkáv az $\langle a, b \rangle$ intervallumon? (4 p)

2. Mit ért az alatt, hogy az f és g függvények lineárisan függők az (a, b) intervallumon? (4 p)

3. Mondja ki a differenciálható függvény monoton növekedése és a deriváltja közötti kapcsolatot leíró tételt! (4 p)

4. Mondja ki az inverzfüggvény differenciálhatóságáról szóló tételt! (4 p)

5. Mondja ki a folytonos függvények integrálhatóságára vonatkozó tételt! (4 p)

6. Mondja ki a Newton–Leibniz-féle formulát! (4 p)

(Legalább 14 pontot el kell érni!) **24 p**

C) Elméleti kérdések

1. Igaz-e, hogy ha $f + g$ differenciálható x_0 -ban, akkor f is és g is differenciálható x_0 -ban? (Indokolja a választ!) (3 p)

2. Konstruáljon olyan f függvényt, amelyre igaz, hogy f differenciálható x_0 -ban, de f'' nem létezik x_0 -ban! (4 p)

3. Legyen f differenciálható $[a, b]$ -n. Igaz-e, hogy $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$? (7 p)

4. Az $f: [1; \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ függvényről tudjuk, hogy az $\int_1^{\infty} f(x) dx$ improprius integrál létezik. Igaz-e, hogy szükségképpen $f(x) \rightarrow 0$, ha $x \rightarrow \infty$? (7 p)

21 p
Σ 90 p

Jó munkát!