Név:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$

Beadott lapok száma (ezzel a lappal együtt):

Lineáris algebra gyakorlat

1. ZH — 2012. március 19.

U csoport

---

1. Feladat. (5+1 pont) Számolja ki a

$$2A + BC, \qquad CB - A^2, \qquad A\left(C^T - B\right)$$

mátrixok közül azokat, amelyek léteznek, ha

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & -4 & -4 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ -1 & -2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}!$$

- Adjon példát olyan 2×2-es mátrixra, melynek négyzete az egységmátrix, de ő maga nem az egységmátrix!

2. Feladat. (6 pont) Döntse el a következő vektorrendszerekről, hogy lineárisan függetlenek, generátorrendszerek, bázisok-e! (Természetesen a megfelelő $\mathbb{R}^n$ vektortérben vizsgálja a vektorrendszereket!)

1. $(1;\ -2;\ 3)\,,\ (1;\ 1;\ 4)\,,\ (-3;\ 0;\ -13)$
2. $(1;\ 5;\ -2)\,,\ (-2;\ -9;\ 6)\,,\ (-1;\ -4;\ 3)\,,\ (1;\ 6;\ 2)$
3. $(1;\ -4;\ 2;\ -3)\,,\ (2;\ -9;\ 0;\ -4)\,,\ (-1;\ 6;\ 6;\ 2)$

3. Feladat. (6+2 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert a p paraméter függvényében! (Hány megoldás van és mik a megoldások?)

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= -1 \\ -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 0 \\ 3x_1 - 7x_2 + (p^2+7)x_3 &= p - 4 \end{aligned}$$

- Igaz-e a következő állítás: Ha egy lineáris egyenletrendszer több egyenletből áll, mint ahány ismeretlen van benne, akkor az egyenletrendszernek nincs megoldása. Válaszát indokolja!

4. Feladat. (6 pont) Határozza meg az x valós paraméter összes olyan értékét, melyre a következő determináns értéke 42!

$$\begin{vmatrix} x & -3 & 0 & -1 \\ 2 & -2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & -1 & -2 \\ -2 & 2 & 0 & x \end{vmatrix}$$

5. Feladat. (5+3 pont) A $v = (-1;\ 1;\ -4)$ vektor eleme-e az $U = [v_1,\ v_2]$ altérnek, ha $v_1 = (1;\ 1;\ 2)$ és $v_2 = (2;\ 1;\ 5)$?

- Ha a $v_1, \ldots, v_{10}$ egyenletrendszer rangja 5 és a v vektor benne van az $U = [v_1, \ldots, v_{10}]$ altérben, akkor mennyi a $v_1, \ldots, v_{10}, v$ vektorrendszer rangja?

6. Feladat. (6 pont) Legyen

$$U = [(1;\ 1;\ 0;\ -4)\,,\ (2;\ -1;\ 3;\ 1)] \text{ és } V = \{(x_1;\ x_2;\ x_3;\ x_4) :\ x_1 - x_2 - x_3 = 0\}$$

két altere az $\mathbb{R}^4$ vektortérnek. Adja meg az U alteret lineáris egyenletrendszerrel! Teljesül-e az $U = V$ egyenlőség?

Név:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$

Beadott lapok száma (ezzel a lappal együtt):

Lineáris algebra gyakorlat

1. ZH — 2012. március 19.

V csoport

---

1. Feladat. (5 pont) Számolja ki az

$$AB + 2C, \qquad \left(A^T - B\right) C, \qquad BA - C^2$$

mátrixok közül azokat, amelyek léteznek, ha

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -5 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}!$$

2. Feladat. (6+2 pont) Döntse el a következő vektorrendszerekről, hogy lineárisan függetlenek, generátorrendszerek, bázisok-e! (Természetesen a megfelelő $\mathbb{R}^n$ vektortérben vizsgálja a vektorrendszereket!)

1. $(1;\ 3;\ -4)\,,\ (-2;\ -5;\ 7)\,,\ (-1;\ -2;\ 5)\,,\ (1;\ 4;\ -9)$
2. $(1;\ -3;\ 1;\ -1)\,,\ (2;\ -8;\ -2;\ -1)\,,\ (-1;\ 7;\ 7;\ 0)$
3. $(1;\ -1;\ 2)\,,\ (1;\ 0;\ 6)\,,\ (-3;\ 1;\ -12)$

- Igaz-e a következő állítás: Lineárisan függő vektorrendszer bármely részrendszere is lineárisan függő. Válaszát indokolja!

3. Feladat. (6 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert a p paraméter függvényében! (Hány megoldás van és mik a megoldások?)

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 - 2x_3 &= -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 2x_3 &= -5 \\ -2x_1 + 3x_2 + (p^2+4)x_3 &= p+2 \end{aligned}$$

4. Feladat. (6+1 pont) Határozza meg a p valós paraméter összes olyan értékét, melyre a következő determináns értéke 42!

$$\begin{vmatrix} p & 0 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & p \end{vmatrix}$$

- Adjon meg két olyan 2×2-es mátrixot, melyeknek a determinánsa egyenlő, de csak egyetlen helyen különböznek!

5. Feladat. (5+3 pont) A $v = (2;\ -1;\ 9)$ vektor eleme-e az $U = [v_1,\ v_2]$ altérnek, ha $v_1 = (1;\ 1;\ 2)$ és $v_2 = (-1;\ 0;\ -3)$?

- Ha a $v_1, \ldots, v_k$ egyenletrendszer rangja k és a v vektor nincs benne az $U = [v_1, \ldots, v_k]$ altérben, akkor mennyi a $v_1, \ldots, v_k, v$ vektorrendszer rangja?

6. Feladat. (6 pont) Legyen

$$U = \{(x_1;\ x_2;\ x_3;\ x_4) :\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 0\} \text{ és } V = [(1;\ -1;\ 0;\ -3)\,,\ (0;\ 1;\ 2;\ 1)]$$

két altere az $\mathbb{R}^4$ vektortérnek. Adja meg a V alteret lineáris egyenletrendszerrel! Teljesül-e az $U = V$ egyenlőség?
