

Lineáris algebra gyak.

2. röpdolgozat

2011 április 27.

J csoport

1. (3 pont) Legyen adott egy $\{e_1, e_2, e_3\}$ bázis. Hajtsen végre egy elemi bázistranszformációt úgy, hogy a v_2 vektor bekerüljön a bázisba!

	v_1	v_2	v_3
e_1	1	2	1
e_2	6	-1	3
e_3	4	0	5

Megoldás:

$$\begin{array}{c|ccc} & v_1 & e_1 & v_3 \\ \hline v_2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ e_2 & \frac{13}{2} & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \\ e_3 & 4 & 0 & 5 \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{c|ccc} & v_1 & e_2 & v_3 \\ \hline e_1 & 13 & 2 & 7 \\ v_2 & -6 & -1 & -3 \\ e_3 & 4 & 0 & 5 \end{array}$$

2. (7 pont) Számolja ki az alábbi mátrixok inverzeit!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 10 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & -1 & 5 \\ 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$
$$B^{-1} = \text{nem létezik}$$
$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 21 & 2 & -8 \\ -2 & 0 & 1 \\ 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

- Bónusz feladat. (+2 pont) Produktív-e az alábbi ráfordítási mátrixszal megadott gazdaság? Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy az első termékből 2, a másodikból 9, a harmadikból pedig 5 egységet állítsunk elő nettóban?

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\text{Leontief-inverz: } \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{56}{27} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{26}{27} & 4 \end{pmatrix}.$$

A Leontief-inverz minden eleme nemnegatív (és a főátló pozitív), így a gazdaság produktív.

$$\text{Teljes kibocsátás: } \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Lineáris algebra gyak.

2. röpdolgozat

2011 április 27.

K csoport

1. (3 pont) Legyen adott egy $\{e_1, e_2, e_3\}$ bázis. Hajtsen végre egy elemi bázistranszformációt úgy, hogy a v_3 vektor bekerüljön a bázisba!

	v_1	v_2	v_3
e_1	5	3	2
e_2	3	1	0
e_3	7	4	-1

Megoldás:

$$\begin{array}{c|ccc} & v_1 & v_2 & e_1 \\ \hline v_3 & \frac{5}{2} & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \\ e_2 & 3 & 1 & 0 \\ e_3 & \frac{19}{2} & \frac{11}{2} & \frac{1}{2} \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{c|ccc} & v_1 & v_2 & e_3 \\ \hline e_1 & 19 & 11 & 2 \\ e_2 & 3 & 1 & 0 \\ v_3 & -7 & -4 & -1 \end{array}$$

2. (7 pont) Számolja ki az alábbi mátrixok inverzeit!

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 9 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 10 & 4 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \\ -2 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$$
$$B^{-1} = \text{nem létezik}$$
$$C^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 21 & 9 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 11 & 5 \end{pmatrix}$$

- Bónusz feladat. (+2 pont) Produktív-e az alábbi ráfordítási mátrixszal megadott gazdaság? Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy az első termékből 2, a másodikból 9, a harmadikból pedig 5 egységet állítsunk elő nettóban?

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\text{Leontief-inverz: } \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{56}{27} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{26}{27} & 4 \end{pmatrix}.$$

A Leontief-inverz minden eleme nemnegatív (és a főátló pozitív), így a gazdaság produktív.

$$\text{Teljes kibocsátás: } \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Lineáris algebra gyak.

2. röpdolgozat

2011 április 27.

L csoport

1. (3 pont) Legyen adott egy $\{e_1, e_2, e_3\}$ bázis. Hajtson végre egy elemi bázistranszformációt úgy, hogy a v_2 vektor bekerüljön a bázisba!

	v_1	v_2	v_3
e_1	9	0	1
e_2	2	-1	4
e_3	5	3	1

Megoldás:

$$\begin{array}{c|ccc} & v_1 & e_2 & v_3 \\ \hline e_1 & 9 & 0 & 1 \\ v_2 & -2 & -1 & -4 \\ e_3 & 11 & 3 & 13 \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{c|ccc} & v_1 & e_3 & v_3 \\ \hline e_1 & 9 & 0 & 1 \\ e_2 & \frac{11}{3} & \frac{1}{3} & \frac{13}{3} \\ v_2 & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{array}$$

2. (7 pont) Számolja ki az alábbi mátrixok inverzeit!

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 5 \\ -1 & 3 & -4 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \text{nem létezik} \\ B^{-1} &= \begin{pmatrix} 11 & -5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} \\ C^{-1} &= \begin{pmatrix} -15 & -19 & -1 \\ 11 & 14 & 1 \\ 12 & 15 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Bónusz feladat. (+2 pont) Produktív-e az alábbi ráfordítási mátrixszal megadott gazdaság? Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy az első termékből 2, a másodikból 9, a harmadikból pedig 5 egységet állítsunk elő nettóban?

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\text{Leontief-inverz: } \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{56}{27} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{26}{27} & 4 \end{pmatrix}.$$

A Leontief-inverz minden eleme nemnegatív (és a főátló pozitív), így a gazdaság produktív.

$$\text{Teljes kibocsátás: } \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Lineáris algebra gyak.

2. röpdolgozat

2011 április 27.

M csoport

1. (3 pont) Legyen adott egy $\{e_1, e_2, e_3\}$ bázis. Hajtson végre egy elemi bázistranszformációt úgy, hogy a v_1 vektor bekerüljön a bázisba!

	v_1	v_2	v_3
e_1	3	6	7
e_2	0	1	5
e_3	-1	4	2

Megoldás:

$$\begin{array}{c|ccc} & e_1 & v_2 & v_3 \\ \hline v_1 & \frac{1}{3} & 2 & \frac{7}{3} \\ e_2 & 0 & 1 & 5 \\ e_3 & \frac{1}{3} & 6 & \frac{13}{3} \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{c|ccc} & e_3 & v_2 & v_3 \\ \hline e_1 & 3 & 18 & 13 \\ e_2 & 0 & 1 & 5 \\ v_1 & -1 & -4 & -2 \end{array}$$

2. (7 pont) Számolja ki az alábbi mátrixok inverzeit!

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 6 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$
$$B^{-1} = \text{nem létezik}$$
$$C^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 26 & 14 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & -17 & -19 \end{pmatrix}$$

- Bónusz feladat. (+2 pont) Produktív-e az alábbi ráfordítási mátrixszal megadott gazdaság? Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy az első termékből 2, a másodikból 9, a harmadikból pedig 5 egységet állítsunk elő nettóban?

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\text{Leontief-inverz: } \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{56}{27} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{26}{27} & 4 \end{pmatrix}.$$

A Leontief-inverz minden eleme nemnegatív (és a főátló pozitív), így a gazdaság produktív.

$$\text{Teljes kibocsátás: } \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Lineáris algebra gyak.

2. röpdolgozat

2011 április 27.

N csoport

1. (3 pont) Legyen adott egy $\{e_1, e_2, e_3\}$ bázis. Hajtson végre egy elemi bázistranszformációt úgy, hogy a v_2 vektor bekerüljön a bázisba!

	v_1	v_2	v_3
e_1	3	2	1
e_2	7	-1	6
e_3	5	0	1

Megoldás:

$$\begin{array}{c|ccc} & v_1 & e_1 & v_3 \\ \hline v_2 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ e_2 & \frac{17}{2} & \frac{1}{2} & \frac{13}{2} \\ e_3 & 5 & 0 & 1 \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{c|ccc} & v_1 & e_2 & v_3 \\ \hline e_1 & 17 & 2 & 13 \\ v_2 & -7 & -1 & -6 \\ e_3 & 5 & 0 & 1 \end{array}$$

2. (7 pont) Számolja ki az alábbi mátrixok inverzeit!

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 15 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 4 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\begin{aligned} A^{-1} &= \text{nem létezik} \\ B^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 7 \end{pmatrix} \\ C^{-1} &= \begin{pmatrix} 18 & 38 & 7 \\ 3 & 6 & 1 \\ -8 & -17 & -3 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Bónusz feladat. (+2 pont) Produktív-e az alábbi ráfordítási mátrixszal megadott gazdaság? Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy az első termékből 2, a másodikból 9, a harmadikból pedig 5 egységet állítsunk elő nettóban?

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\text{Leontief-inverz: } \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{56}{27} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{26}{27} & 4 \end{pmatrix}.$$

A Leontief-inverz minden eleme nemnegatív (és a főátló pozitív), így a gazdaság produktív.

$$\text{Teljes kibocsátás: } \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}.$$

Lineáris algebra gyak.

2. röpdolgozat

2011 április 27.

O csoport

1. (3 pont) Legyen adott egy $\{e_1, e_2, e_3\}$ bázis. Hajtson végre egy elemi bázistranszformációt úgy, hogy a v_3 vektor bekerüljön a bázisba!

	v_1	v_2	v_3
e_1	7	3	-1
e_2	2	6	3
e_3	1	5	0

Megoldás:

$$\begin{array}{c|ccc} & v_1 & v_2 & e_1 \\ \hline v_3 & -7 & -3 & -1 \\ e_2 & 23 & 15 & 3 \\ e_3 & 1 & 5 & 0 \end{array} \quad \text{vagy} \quad \begin{array}{c|ccc} & v_1 & v_2 & e_2 \\ \hline e_1 & \frac{23}{3} & 5 & \frac{1}{3} \\ v_3 & \frac{2}{3} & 2 & \frac{1}{3} \\ e_3 & 1 & 5 & 0 \end{array}$$

2. (7 pont) Számolja ki az alábbi mátrixok inverzeit!

$$A = \begin{pmatrix} 13 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 12 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ -1 & -4 & -4 \\ 1 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -6 & 13 \end{pmatrix}$$
$$B^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{18} & \frac{1}{9} \end{pmatrix}$$
$$C^{-1} = \begin{pmatrix} 12 & 3 & -8 \\ -2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Bónusz feladat. (+2 pont) Produktív-e az alábbi ráfordítási mátrixszal megadott gazdaság? Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy az első termékből 2, a másodikból 9, a harmadikból pedig 5 egységet állítsunk elő nettóban?

$$\begin{pmatrix} 0.4 & 0.1 & 0.2 \\ 0 & 0.1 & 0.9 \\ 0.1 & 0.2 & 0.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás:

$$\text{Leontief-inverz: } \begin{pmatrix} 2 & \frac{2}{3} & 2 \\ \frac{2}{3} & \frac{56}{27} & 4 \\ \frac{2}{3} & \frac{26}{27} & 4 \end{pmatrix}.$$

A Leontief-inverz minden eleme nemnegatív (és a főátló pozitív), így a gazdaság produktív.

$$\text{Teljes kibocsátás: } \begin{pmatrix} 20 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}.$$