

Név:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

Beadott lapok száma:

Lineáris algebra gyak.

1. ZH

2011. március 23.

G csoport

1. (6 pont) Számolja ki az alábbiakat!

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 2 & -3 \\ -1 & -2 & 4 & -3 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 4 \end{vmatrix} =? \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} =?$$

2. (6 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} x - y + 2w &= -1 \\ -x + 2y + 3z + w &= 2 \\ -3x + 5y + 7z + w &= 6 \\ 2x - 3y - 4z &= 4 \end{aligned}$$

3. (7 pont) Döntse el a következő vektorrendszerekről, hogy lineárisan függetlenek-e, generátorrendszerek-e, bázisok-e! (Természetesen a megfelelő \mathbb{R}^n vektortérben vizsgálja a vektorrendszereket!)

(a) $(1, 3, -5), (2, 0, -3)$

(b) $(-1, 2, -5), (2, 1, 0), (8, -1, 10)$

(c) $(1, 0, 4, -5), (0, 1, 3, -2), (1, 2, 9, -10), (-1, -2, -4, 2)$

4. (7 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert az a paraméter függvényében! (Hány megoldás van? Mik a megoldások?)

$$\begin{aligned} x_1 - 3x_2 + 4x_3 &= 1 \\ -x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 2 \\ 2x_1 - 5x_2 + (a^2 + 6)x_3 &= a + 3 \end{aligned}$$

5. (7 pont) Adja meg a v_1, v_2, v_3, v_4 vektorrendszer rangját (az a paramétertől függően), ha

$$\begin{aligned} v_1 &= (1, 1, 1, 2), & v_2 &= (-2, -1, 0, -5), \\ v_3 &= (1, 4, 7, a - 1), & v_4 &= (2, 1, 0, 4 - a)! \end{aligned}$$

A paramétertől függően vizsgálja meg, hogy a v_1, v_2, v_3, v_4 vektorrendszer lineárisan független-e / generátorrendszer-e / bázis-e (az \mathbb{R}^4 vektortérben)!

6. (7 pont) Legyen az U egy altere a V vektortérnek. Legyen u, v, w három olyan vektor a V vektortérből, melyekre igaz, hogy

$$u + v + w, 3u - v \in U, \quad v \notin U.$$

Mit tud mondani az u és az $u - 3v - 2w$ vektorokról? Benne vannak-e az U altérben?

Név:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

Beadott lapok száma:

Lineáris algebra gyak.

1. ZH

2011. március 23.

H csoport

1. (6 pont) Számolja ki az alábbiakat!

$$\begin{vmatrix} 4 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 4 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -3 & 4 \end{vmatrix} =? \quad \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}^T =?$$

2. (6 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} x + 3y + z + 2w &= 1 \\ -2x - 5y - 2z - 3w &= -3 \\ -x - 2y + w &= 3 \\ 3x + 11y + 2z + 6w &= 4 \end{aligned}$$

3. (7 pont) Döntse el a következő vektorrendszerekről, hogy lineárisan függetlenek-e, generátorrendszerek-e, bázisok-e! (Természetesen a megfelelő \mathbb{R}^n vektortérben vizsgálja a vektorrendszereket!)

(a) $(1, -3, 0), (1, 1, -2)$

(b) $(2, -1, 3), (0, 2, 9), (-4, 0, -15)$

(c) $(1, 2, 3, 4), (-1, -1, -2, 1), (2, 3, 6, 0), (2, 5, 9, 8)$

4. (7 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert az a paraméter függvényében! (Hány megoldás van? Mik a megoldások?)

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_3 &= -2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 &= 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + (a^2 + 2)x_3 &= a \end{aligned}$$

5. (7 pont) Adja meg a v_1, v_2, v_3, v_4 vektorrendszer rangját (az a paramétertől függően), ha

$$\begin{aligned} v_1 &= (1, -1, 2, 0), & v_2 &= (2, -1, 7, -2), \\ v_3 &= (-3, 4, -3, a - 3), & v_4 &= (-1, 0, -5, 3a + 2)! \end{aligned}$$

A paramétertől függően vizsgálja meg, hogy a v_1, v_2, v_3, v_4 vektorrendszer lineárisan független-e / generátorrendszer-e / bázis-e (az \mathbb{R}^4 vektortérben)!

6. (7 pont) Legyen az U egy altere a V vektortérnek. Legyen u, v, w három olyan vektor a V vektortérből, melyekre igaz, hogy

$$u - v - w, 2u + v \in U, \quad u \notin U.$$

Mit tud mondani a v és a $4u + 5v + 2w$ vektorokról? Benne vannak-e az U altérben?

Név:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ

Beadott lapok száma:

Lineáris algebra gyak.

1. ZH

2011. március 23.

I csoport

1. (6 pont) Számolja ki az alábbiakat!

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & 2 & 1 \end{vmatrix} =? \quad \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 5 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}^T =?$$

2. (6 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert!

$$\begin{aligned} x - y + 3z + 2w &= -4 \\ 2x - y + 7z + 6w &= -9 \\ x + y + 6z + 3w &= -4 \\ -x + 4y - z + 7w &= 8 \end{aligned}$$

3. (7 pont) Döntse el a következő vektorrendszerekről, hogy lineárisan függetlenek-e, generátorrendszerek-e, bázisok-e! (Természetesen a megfelelő \mathbb{R}^n vektortérben vizsgálja a vektorrendszereket!)

(a) $(1, 0, -7), (2, 3, 8)$

(b) $(1, 1, -3), (2, 0, 1), (0, 2, -7)$

(c) $(1, 1, 0, 5), (1, 2, -3, 7), (2, 0, 7, 7), (-2, -1, -5, -9)$

4. (7 pont) Oldja meg a következő egyenletrendszert az a paraméter függvényében! (Hány megoldás van? Mik a megoldások?)

$$\begin{aligned} x_1 + 3x_2 + x_3 &= -1 \\ 2x_1 + 7x_2 + x_3 &= 0 \\ -2x_1 - 8x_2 + (a^2 - 9)x_3 &= a - 5 \end{aligned}$$

5. (7 pont) Adja meg a v_1, v_2, v_3, v_4 vektorrendszer rangját (az a paramétertől függően), ha

$$\begin{aligned} v_1 &= (1, 2, 3, -2), & v_2 &= (1, 3, 7, 2), \\ v_3 &= (3, 4, 1, a - 11), & v_4 &= (2, 3, 2, 2a - 2)! \end{aligned}$$

A paramétertől függően vizsgálja meg, hogy a v_1, v_2, v_3, v_4 vektorrendszer lineárisan független-e / generátorrendszer-e / bázis-e (az \mathbb{R}^4 vektortérben)!

6. (7 pont) Legyen az U egy altere a V vektortérnek. Legyen u, v, w három olyan vektor a V vektortérből, melyekre igaz, hogy

$$u - v + w, 4u + w \in U, \quad w \notin U.$$

Mit tud mondani az u és a $-2u - 2v + w$ vektorokról? Benne vannak-e az U altérben?