

Leontief-modell példa

Lineáris algebra
gyakorlat

Összeállította:
Bogya Norbert

Feladat

Egy gazdaság ráfordítási mátrixa $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.6 & 0.8 \end{pmatrix}$.

- 1 Produktív-e (működőképes-e) a gazdaság?
- 2 Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy a $\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$ vektorral megadott nettó termelést elérjük?
- 3 Mely ágazatok nyereségesek (mely termékek előállítása nyereséges), ha az árrendszerünk a $\begin{pmatrix} 2 & 5 \end{pmatrix}$ vektorral adható meg?

1. kérdés

Produktív-e (működőképes-e) a gazdaság?

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.6 & 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{10} \\ \frac{3}{5} & \frac{4}{5} \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$E - A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{10} \\ -\frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}$$

$$(E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & \frac{5}{2} \\ 15 & \frac{25}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2.5 \\ 15 & 12.5 \end{pmatrix}$$

Megoldás

Mivel a Leontief-inverz minden tagja nemnegatív, így a gazdaság produktív (működőképes).

2. kérdés

Mennyi legyen a teljes kibocsátás ahhoz, hogy a $\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$ vektorral megadott nettó termelést elérjük?

$$d = \begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$$

$$(E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 2.5 \\ 15 & 12.5 \end{pmatrix}$$

$$(E - A)^{-1} \cdot d = \begin{pmatrix} 60 \\ 230 \end{pmatrix}$$

Megoldás

Megoldásként azt kaptuk, hogy 60 db-ot kell az 1. termékből, 230 db-ot a 2. termékből előállítani, hogy a nettó 7 és 10 darabot elő tudjuk állítani.

3. kérdés

Mely ágazatok nyereségesek (mely termékek előállítása nyereséges), ha az árrendszerünk a $(2 \ 5)$ vektorral adható meg?

$$v = (2 \ 5)$$

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.1 \\ 0.6 & 0.8 \end{pmatrix}$$

$$v \cdot A = \left(4 \quad \frac{21}{5} \right) = (4 \ 4.2)$$

Megoldás

Az 1. termék előállítása veszteséges (a veszteség: 2) és a 2. termék előállítása nyereséges (a nyereség: 0.8).

Így ebben az árrendszerben összességében nem éri meg a termékeket előállítani (a veszteség: 1.2).