

## 8. Feladatsor - Sajátérték / sajátvektor

### Alap feladatok

**1. Feladat.** Határozzuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

**2. Feladat.** Adjunk meg az  $A$  mátrix  $\lambda$  sajátértékéhez tartozó sajátalterében bázist.

$$(1) A = \begin{pmatrix} -2 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \lambda = 1,$$

$$(2) A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \lambda = 2,$$

$$(3) A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix}, \lambda = \sqrt{2}.$$

**3. Feladat.** Oldjuk meg az alábbi mátrixegyenleteket.

$$(1) \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & -3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$(2) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

### Nehezebb feladatok

**4. Feladat.** Adjuk meg az  $a$  paraméter összes olyan értékét, melyekre az alábbi mátrixnak a 2 nem sajátértéke.

$$\begin{pmatrix} 1 & a \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$

**5. Feladat.** Adjuk meg az  $a$  paraméter összes olyan értékét, melyekre az alábbi mátrixnak a 2 nem sajátértéke.

$$\begin{pmatrix} 1 & a & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**6. Feladat.** Adjunk meg olyan, 0-t nem tartalmazó mátrixot, melynek  $(1, -1, 3)$  sajátvektora.

**7. Feladat.** Adjunk meg olyan, 0-t nem tartalmazó  $3 \times 3$ -as mátrixot, melynek a  $-3$  sajátértéke.

**8. Feladat.** Adjunk meg olyan, 0-t nem tartalmazó mátrixot, melynek  $(1, -1, 3)$  és  $(2, 1, -1)$  sajátvektorai.

2

**9. Feladat.** Az  $a$  paraméter milyen értékei esetén sajátvektora az  $(1, -1, a)$  vektor az

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & a \end{pmatrix}$$

mátrixnak?