

6. Feladatsor

Alap feladatok

1. Feladat. Hajtsuk végre az alábbi elemi bázistranszformációkat (a generáló elem legyen a *-gal jelölt).

$$\begin{array}{c|ccc} & e_1 & a_2 & a_3 \\ \hline a_1 & 1 & 2 & -1 \\ e_2 & -2 & -5 & 4 \\ e_3 & -1 & -1 & 2 \end{array} , \quad \begin{array}{c|ccc} & a_1 & e_2 & a_3 \\ \hline e_1 & 3 & 1 & -1 \\ e_2 & 1 & 1 & 0 \\ a_2 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-3}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccc} & e_2 & a_2 & a_3 \\ \hline e_1 & 1 & 2 & 4 \\ a_1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -1 \\ e_3 & 1 & 2 & 4 \end{array} , \quad \begin{array}{c|cccc} & a_1 & a_2 & e_3 & a_4 \\ \hline e_1 & \frac{5}{3} & \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{13}{3} \\ e_2 & -\frac{1}{3} & \frac{22}{3} & -\frac{5}{3} & -\frac{16}{3} \\ a_3 & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{array} .$$

2. Feladat. Elemi bázistranszformáció segítségével adjunk meg maximális lineárisan független részrendszert az alábbi vektorrendszerekben.

- (1) $(1, 1, 0), (-1, 2, 1),$
- (2) $(1, 1, -1, 0), (1, 2, 1, 1), (0, 1, 2, 1),$
- (3) $(1, 1, -1, 1), (-1, 0, 1, 2), (1, 1, 1, 1), (-1, 1, 1, 1).$

3. Feladat. Számítsuk ki az alábbi mátrixok rangját, valamint adjunk meg bennük maximális méretű nemeltűnő aldeteminánst.

- (1) rang:1, aldetemináns: $\left| \begin{array}{c} 1 \end{array} \right|$ (1. sor, 1. oszlop),
- (2) rang:2, aldetemináns: $\left| \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ -1 & 1 \end{array} \right|$ (1, 2. sor, 1, 3. oszlop),
- (3) rang:3, aldetemináns: $\left| \begin{array}{ccc} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -1 \\ 0 & -5 & 2 \end{array} \right|$ (1, 2, 5. sor, 1, 2, 4. oszlop).

4. Feladat. Adjunk meg bázist a következő homogén lineáris egyenletrendszerek megoldásterében.

Sokféle megoldás lehetséges...

- (1) ha x_1, x_3 -at visszük be a bázisba: $(3, 1, 2),$
- (2) ha x_1, x_2, x_4 -et visszük be a bázisba: $(1, -2, 1, 3),$
- (3) ha x_1, x_2, x_4 -et visszük be a bázisba: $(5, 3, 0, 0, 1), (1, \frac{10}{7}, 1, \frac{4}{7}, 0).$