

3. Gyakorlat - lineáris egyenletrendszerek - megoldások

Oldd meg a következő feladatokban megadott lineáris egyenletrendszereket Gauss eliminációval, és ha lehetséges Cramer-szabállyal is.

1. Feladat. Az egyenletrendszer szabályos, együttthatómátrixának determinánsa 60, az egyetlen megoldás:

$$(3, 1, 1)$$

2. Feladat. Az egyenletrendszer szabályos, együttthatómátrixának determinánsa 24, az egyetlen megoldás:

$$(2, -3, -1)$$

3. Feladat. Az egyenletrendszer nem szabályos, együttthatómátrixának determinánsa 0, nem alkalmazható a Cramer-szabály.

Gauss-elimináció során ellentmondó sor adódik, az egyenletrendszernek nincs megoldása.

4. Feladat. Az egyenletrendszernek több változója van, mint egyenlete, nem alkalmazható a Cramer-szabály.

Gauss-eliminációval adódó általános megoldás: x_2, x_3 szabad változók,

$$\begin{aligned}x_1 &= 2x_2 - x_3 \\x_4 &= 1\end{aligned}$$

5. Feladat. Az egyenletrendszernek több változója van, mint egyenlete, nem alkalmazható a Cramer-szabály.

Gauss-eliminációval adódó általános megoldás: x_2, x_4 szabad változók,

$$\begin{aligned}x_1 &= 17 - 3x_2 + 3x_4 \\x_3 &= 4 + x_4\end{aligned}$$

6. Feladat. Az egyenletrendszer szabályos, együttthatómátrixának determinánsa 24, az egyetlen megoldás:

$$(2, -3, -1.5, 0.5)$$

7. Feladat. Az egyenletrendszernek több változója van, mint egyenlete, nem alkalmazható a Cramer-szabály.

Gauss-eliminációval adódó általános megoldás: x_2, x_5 szabad változók,

$$\begin{aligned}x_1 &= -0.5 + 0.5x_2 + 0.5x_5 \\x_3 &= 3 - 4x_5 \\x_4 &= 0\end{aligned}$$