

### 3. Gyakorlat - lineáris egyenletrendszerek

Ajánlott elemi gyakorlófeladatok:

- Megyesi László: Lineáris algebra feladatok, I. fej. 11, 12.

Ajánlott nehezebb feladatok:

- Megyesi László: Lineáris algebra feladatok, I. fej. 13, 14, 15, 16.

#### Elemi gyakorlófeladatok

**1. Feladat.** Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket Gauss eliminációval, és ha lehetséges Cramer-szabállyal is.

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 11 \\3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 11\end{aligned}$$

**2. Feladat.**

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= -9 \\x_1 - x_2 + 3x_3 &= 2 \\3x_1 - 6x_2 - x_3 &= 25\end{aligned}$$

**3. Feladat.**

$$\begin{aligned}4x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 6 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\7x_1 + 7x_2 + 8x_3 &= 10\end{aligned}$$

**4. Feladat.**

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= -2 \\-x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 &= -5\end{aligned}$$

**5. Feladat.**

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 &= 6 \\-3x_1 - 9x_2 + 10x_3 - x_4 &= -11\end{aligned}$$

**6. Feladat.**

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 &= -1 \\x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 &= 3 \\3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= 8 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4\end{aligned}$$

**7. Feladat.**

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 2 \\6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 3 \\6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 &= 9 \\4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 &= 1\end{aligned}$$

### Nehezebb feladatok

**8. Feladat.** Határozd meg az  $a$  paraméter értékét úgy, hogy az egyenletrendszernek egyetlen megoldása legyen.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 &= 5 \\ x_1 + 3x_2 &= 4 \\ x_1 + x_2 &= a \end{aligned}$$

**9. Feladat.** Oldjuk meg (az  $a$  paraméter függvényében) az alábbi lineáris egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 - 2x_2 + (a^2 - 8)x_3 &= a + 4 \end{aligned}$$

**10. Feladat.** Oldjuk meg (az  $a$  paraméter függvényében) az alábbi lineáris egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 + ax_4 &= 1 \\ x_1 + (1 - a)x_3 + (a - 1)x_4 &= 2 \\ x_1 - ax_3 + (a - 2)x_4 &= 1 \\ -ax_1 + ax_2 + 2ax_3 + 2x_4 &= 3a - 1 \end{aligned}$$

**11. Feladat.** Az  $a, b$  valós paraméterek mely értékeire szabályos az alábbi egyenletrendszer? Ezen értékekre oldd meg az egyenletrendszert Cramer-szabály segítségével. A többi esetben pedig Gauss-eliminációval határozd meg a megoldást.

$$\begin{aligned} ax_1 + x_2 + x_3 &= 4 \\ x_1 + bx_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 + 2bx_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

Keress meg a következő feladatokban megadott lineáris egyenletrendszerek általános megoldását.

**12. Feladat.**

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_n &= 1 \\ a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n &= b \\ a_1^2x_1 + a_2^2x_2 + \dots + a_n^2x_n &= b^2 \\ &\vdots \\ a_1^{n-1}x_1 + a_2^{n-1}x_2 + \dots + a_n^{n-1}x_n &= b^{n-1} \end{aligned}$$

( $a_1, a_2, \dots, a_n$  páronként különböző számok)

**13. Feladat.**

$$\begin{aligned} ax_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n &= 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 + \dots + x_n &= 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + \dots + x_n &= 1 \\ &\vdots \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + ax_n &= 1 \end{aligned}$$

( $a$  tetszőleges szám)