2-3. Gyakorlat

Ha a feladatokban vagy a megoldásokban bármilyen hiba gyanúja merülne fel, szívesen várok megjegyzéseket, javításokat az alábbi email-címen: nbogya@math.u-szeged.hu.

1. Feladat. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét.

(a) $\dfrac{n^2-2n}{3n^2-2}$

(b) $\dfrac{n-2n^3}{3n^3+1}$

(c) $\dfrac{5n^2-2n}{2n^2+1}$

(d) $\dfrac{4n^3-2n}{n^2-n+1}$

(e) $\dfrac{3n^2-n}{3n^3+n^2-n+5}$

(f) $\dfrac{n-n^4-4n^5}{1-2n^2+3n^3}$

(g) $\dfrac{3n^4-2n^2+n-\pi}{n^2-4n+3}$

(h) $\dfrac{2n^2-\sqrt{2}n^3+n-7}{n^5+3n^4+3n^2-n}$

(i) $\dfrac{2n^2-3n^3+1-n^4}{\frac{1}{2}n^4-n^3+3n^2-4}$

(j) $\dfrac{2n^2-3n^3+1-n^4}{2n^5+3n^4+3n^2-n}$

(k) $\dfrac{(n^2-2)(n^3+n)}{7n^5-4n^2+1}$

(l) $\dfrac{(n-1)(n^2+n)}{2n^4-n^3+10}$

(m) $\dfrac{(n-3)^2}{n-2n^3+5}$

Megoldás.

(a) $\dfrac{1}{3}$

(b) $-\dfrac{2}{3}$

(c) $\dfrac{5}{2}$

(d) ∞

(e) 0

(f) $-\infty$

(g) ∞

(h) 0

(i) -2

(j) 0

(k) $\dfrac{1}{7}$

(l) 0

(m) $-\dfrac{1}{2}$

2. Feladat. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét.

(a) $\dfrac{n^2-2n+3}{\sqrt{n^3-2n+1}}$

(b) $\dfrac{n-2n^2-3}{\sqrt{4n^3-n+5}}$

(c) $\dfrac{n-3}{\sqrt[3]{4n^5-2n}}$

(d) $\dfrac{\sqrt[3]{n^4+3n^3-2}}{2n^2-5}$

(e) $\dfrac{\sqrt[3]{2n^4-2n^3+6}}{n-\pi}$

(f) $\dfrac{\sqrt{n^5-3n+6n^2}}{2n-n^2}$

(g) $\dfrac{\sqrt[3]{n^2-5n+1}}{\sqrt[4]{2n-1}}$

(h) $\dfrac{\sqrt{2n^2+5n-2}}{\sqrt{1+8n^2}}$

(i) $\dfrac{\sqrt[3]{n^5+5n^4-2n+1}}{\sqrt[3]{3n+4\,n^2-n^4+8n^5}}$

(j) $\dfrac{\sqrt[3]{n^2+2n^4-1}}{\sqrt[4]{3n-4n^2+n^3}}$

(k) $\dfrac{\sqrt[5]{n^3+2n^2-1}}{\sqrt[7]{n+4n^5}}$

(l) $\dfrac{\sqrt[3]{n^2-1}-n}{\sqrt[5]{n^4-n^3+1}}$

(m) $\dfrac{n-\sqrt{1+n^3}}{\sqrt[3]{n^2+2n^3-5}}$

(n) $\dfrac{\sqrt[3]{n^2+1}-\sqrt[4]{1-n^3}}{\sqrt[5]{n^4-n^3+1}}$

(o) $\dfrac{3n^2-\sqrt[4]{1-n^3}}{\sqrt[7]{2n^2-3n^3+1}}$

Megoldás.

(a) ∞

(b) $-\infty$

(c) 0

(d) 0

(e) ∞

(f) $-\infty$

(g) ∞

(h) $\dfrac{1}{2}$

(i) $\dfrac{1}{2}$

(j) ∞

(k) 0

(l) ∞

(m) $-\infty$

(n) 0

(o) $-\infty$

3. Feladat. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét.

(a) $\sqrt{n-1}-\sqrt{n+1}$

(b) $\sqrt{2n-1}-\sqrt{3n+5}$

(c) $\sqrt{4n+1}-\sqrt{3n-8}$

(d) $\sqrt{n^2-3n}-\sqrt{n^2-4}$

(e) $\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+4}$

(f) $\sqrt{n^2+2n-3}-\sqrt{n^2+4n-5}$

(g) $\sqrt{n^2-3n+2}-\sqrt{n^2-8n+3}$

(h) $\sqrt{3n^2+4n+2}-\sqrt{n^2+3n-1}$

Megoldás.

(a) 0

(b) $-\infty$

(c) ∞

(d) $-\dfrac{3}{2}$

(e) $\dfrac{1}{2}$

(f) -1

(g) $\frac{5}{2}$

(h) ∞

4. Feladat. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét.

(a) $\dfrac{2^n-3^n}{5^n+7^n}$

(b) $\dfrac{7^n+2^{2n}}{3^n-5^n}$

(c) $\dfrac{(-1)^n+3^n}{5^n-2^n}$

(d) $\dfrac{2^n+4}{n^2-3^n}$

(e) $\dfrac{n^3-3^{2n}}{1-2^n}$

(f) $\dfrac{n^4-n^3+4}{3^n-n^2+3}$

(g) $\dfrac{4^n-n^3}{2^{2n+1}+n-1}$

(h) $\dfrac{3^n-2^{2n}}{n^4-n}$

(i) $\dfrac{3^{n+1}-2^{2n}}{n^4-2^{3n}}$

(j) $\dfrac{2^{2n-3}-6\cdot n^3}{n^3+2^n}$

(k) $\dfrac{2^{2n-3}-2\cdot 3^n}{7\cdot n^2+3\cdot 4^{n-1}}$

Megoldás.

(a) 0

(b) $-\infty$

(c) 0

(d) 0

(e) ∞

(f) 0

(g) $\frac{1}{2}$

(h) $-\infty$

(i) 0

(j) ∞

(k) $\frac{1}{6}$

5. Feladat. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét.

(a) $\sqrt[n]{n^2+1}$

(b) $\sqrt[n]{3^n-n^2-2}$

(c) $\sqrt[n]{8^n+4^n-n^3}$

(d) $\sqrt[n]{n^7+2^n-5}$

(e) $\sqrt[n]{2^{3n}-3^n}$

(f) $\sqrt[n]{3^{2n+1}-n^5}$

(g) $\sqrt[n]{2^{3n+2}-3\cdot 7^n}$

(h) $\sqrt[n]{1-n^3+2^{3n-1}}$

(i) $\sqrt[n]{n-n^2+3^{2n-2}}$

Megoldás.

(a) 1

(b) 3

(c) 8

(d) 2

(e) 8

(f) 9

(g) 8

(h) 8

(i) 9

6. Feladat. Határozzuk meg a következő sorozatok határértékét.

(a) $\dfrac{\sqrt[n]{9}-1}{\sqrt[n]{3}+1}$

(b) $\dfrac{\sqrt[n]{4}-\sqrt[n]{2}}{\sqrt[n]{2}-1}$

(c) $\dfrac{\sqrt[n]{3}-\sqrt[n]{9}}{1-\sqrt[n]{3}}$

(d) $\dfrac{\sqrt[n]{4}-\sqrt[n]{2}}{\sqrt[n]{4}-\sqrt[n]{8}}$

(e) $\dfrac{\sqrt[n]{3}-1}{\sqrt[n]{27}-1}$

(f) $\dfrac{1-\sqrt[n]{8}}{\sqrt[n]{4}-1}$

(g) $\dfrac{\sqrt[n]{4}-\sqrt[n]{8}}{\sqrt[n]{8}-\sqrt[n]{2}}$

Megoldás.

(a) 0

(b) 1

(c) 1

(d) -1

(e) $\frac{1}{3}$

(f) $-\frac{3}{2}$

(g) $-\frac{1}{2}$