

1. GYAKORLAT

Ha a feladatokban vagy a megoldásokban bármilyen hiba gyanúja merülne fel, szívesen várok megjegyzéseket, javításokat az alábbi email-címen: nbogya@math.u-szeged.hu.

1. Feladat. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket.

(a) $x^2 - 4 < 0$

(b) $x^2 + 5 \geq 0$

(c) $x^2 - 5 > 0$

(d) $x^2 - 1 \leq 0$

(e) $\frac{1 - 2x}{1 - x^2} > 0$

(f) $\frac{x^2 - 9}{2 + x} < 0$

(g) $\frac{2 - 3x}{4 - x^2} \geq 0$

(h) $\frac{(x + 2)(x - 1)}{5x - 1} \leq 0$

(i) $\frac{1 + 3x}{(x - 1)(x + 2)} > 0$

(j) $\frac{2 + 3x}{(1 - x)(x + 4)} \geq 0$

(k) $\frac{(2 - x)2^x}{x^2 - x - 2} > 0$

(l) $\frac{(x + 1)\left(\frac{1}{3}\right)^x}{(x - 3)(x + 2)} < 0$

(m) $\frac{(1 - x^2)}{2^x(x - 3)} > 0$

(n) $\frac{2x + 3}{(4 - x^2)2^x} < 0$

Megoldás.

(a) $x \in (-2, 2)$

(b) $x \in \mathbb{R}$

(c) $x \in (-\infty, -\sqrt{5}) \cup (\sqrt{5}, \infty)$

(d) $x \in [-1, 1]$

(e) $x \in (-1, \frac{1}{2}) \cup (1, \infty)$

(f) $x \in (-\infty, -3) \cup (-2, 3)$

(g) $x \in (-2, \frac{2}{3}] \cup (2, \infty)$

(h) $x \in (-\infty, -2] \cup (\frac{1}{5}, 1]$

(i) $x \in (-2, -\frac{1}{3}) \cup (1, \infty)$

(j) $x \in (-\infty, -4) \cup [-\frac{2}{3}, 1)$

(k) $x \in (-\infty, -1)$

(l) $x \in (-\infty, -2) \cup (-1, 3)$

(m) $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 3)$

(n) $x \in (-2, -\frac{3}{2}) \cup (2, \infty)$

2. Feladat. Hol nulla, hol pozitív, hol negatív az alábbi kifejezések értéke?

(a) $x^3 - 2x^2$

(b) $x^3 - x$

(c) $x^3 + 3x^2$

(d) $2x^3 + x$

(e) $\frac{2 - x}{\log_3 x}$

(f) $\frac{\log_{\frac{1}{2}} x}{1 + 2x}$

(g) $\frac{\lg x}{2 - 3x}$

$$(h) \frac{\log_2 x}{1-x^2}$$

$$(i) \frac{\log_2 x}{(x-2)(x+3)}$$

$$(j) \frac{(2x-1)\log_3 x}{(1-x)(x+2)}$$

Megoldás.

$$(a) = 0: x \in \{0, 2\}$$

$$> 0: x \in (2, \infty)$$

$$< 0: x \in (-\infty, 0) \cup (0, 2)$$

$$(f) = 0: x = 1$$

$$> 0: x \in (0, 1)$$

$$< 0: x \in (1, \infty)$$

$$(b) = 0: x \in \{-1, 0, 1\}$$

$$> 0: x \in (-1, 0) \cup (1, \infty)$$

$$< 0: x \in (-\infty, -1) \cup (0, 1)$$

$$(g) = 0: x = 1$$

$$> 0: x \in (\frac{2}{3}, 1)$$

$$< 0: x \in (0, \frac{2}{3}) \cup (1, \infty)$$

$$(c) = 0: x \in \{-3, 0\}$$

$$> 0: x \in (-3, 0) \cup (0, \infty)$$

$$< 0: x \in (-\infty, -3)$$

$$(h) = 0: x \in \emptyset$$

$$> 0: x \in \emptyset$$

$$< 0: x \in (0, 1) \cup (1, \infty)$$

$$(d) = 0: x = 0$$

$$> 0: x \in (0, \infty)$$

$$< 0: x \in (-\infty, 0)$$

$$(i) = 0: x = 1$$

$$> 0: x \in (0, 1) \cup (2, \infty)$$

$$< 0: x \in (1, 2)$$

$$(e) = 0: x = 2$$

$$> 0: x \in (1, 2)$$

$$< 0: x \in (0, 1) \cup (2, \infty)$$

$$(j) = 0: x = \frac{1}{2}$$

$$> 0: x \in (0, \frac{1}{2})$$

$$< 0: x \in (\frac{1}{2}, 1) \cup (1, \infty)$$

3. Feladat. Bontsa parciális törtekre az alábbi kifejezéseket.

$$(a) \frac{1}{x(x-1)}$$

$$(d) \frac{2x}{(x+1)(x-3)}$$

$$(g) \frac{1-2x}{(x-2)(x+1)}$$

$$(b) \frac{2}{(x-2)(x+1)}$$

$$(e) \frac{1-x}{x(x+1)}$$

$$(h) \frac{4+3x}{(x-5)(x-2)}$$

$$(c) \frac{x}{(x-1)(x-2)}$$

$$(f) \frac{3+x}{(5-x)(x+4)}$$

$$(i) \frac{2-3x}{(x+5)(1-x)}$$

Megoldás.

$$(a) \frac{-1}{x} + \frac{1}{x-1}$$

$$(d) \frac{1/2}{x+1} + \frac{3/2}{x-3}$$

$$(g) \frac{-1}{x-2} + \frac{-1}{x+1}$$

$$(b) \frac{2/3}{x-2} + \frac{-2/3}{x+1}$$

$$(e) \frac{1}{x} + \frac{-2}{x+1}$$

$$(h) \frac{19/3}{x-5} + \frac{-10/3}{x-2}$$

$$(c) \frac{-1}{x-1} + \frac{2}{x-2}$$

$$(f) \frac{-1/9}{x+4} + \frac{8/9}{5-x}$$

$$(i) \frac{-1/6}{1-x} + \frac{17/6}{x+5}$$