

Név: _____

Neptun: _____

Feladat:	1	2	3	4	5	6	Összesen
Max pont:	5	5	5	6	5	4	30
Elért pont:							

**A válaszait minden esetben indokolja!
Indoklás nélküli megoldásra nem jár pont.**

1. Határozza meg a következő formula teljes diszjunktív normálformáját. [5]

$$(A \rightarrow B) \wedge ((\neg A \leftrightarrow C))$$

Adjon meg egy olyan állítást, mely a fenti formulával formalizálható.

2. Formalizálja az alábbi állítást a predikátumkalkulus elemeit felhasználva. [5]

„Minden páros négyzetszám osztható 4-gyel.”

A felhasználható predikátumok: $O(x, y)$: „ x osztója y -nak”, $N(x)$: „ x négyzetszám”; az individuumbalmaz az egész számok halmaza. Adja meg a formula tagadását olyan formában, ahol negációjel csak predikátumra vonatkozik.

3. Döntse el, hogy a következő állítások igazak-e. [1]

(a) Az $\alpha = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : |a + b| > 0\}$ reláció reflexív. [1]

(b) Ha $A = \{-4, -2, 1, 3, 6\}$, akkor a $\rho = \{(x, y) \in \mathbb{A}^2 : x - y = 2\}$ reláció antiszimmetrikus. [1]

(c) A $\delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : a \leq b - 1\}$ reláció dichotom. [1]

(d) A $\beta = \{(a, b) \in \mathbb{Z}^2 : 3 \mid a + 2b\}$ reláció tranzitív. [2]

4. Legyen $U = \{-1, 1, 2, 3, \dots, 7\}$ az alaphalmaz (univerzum) és annak négy részhalmaza: [6]

$$A = \{2, 4, 5, 6\}, \quad B = \{-1, 2, 5\}, \quad C = \{-1, 3, 6, 7\}.$$

Adja meg a következő halmazok elemeit:

$$(A \cup B) \setminus C, \quad \overline{A \Delta B}, \quad \mathcal{P}(B \cap A).$$

5. Rajzolja fel az (A, ρ) részbenrendezett halmaz Hasse-diagramját, ahol $A = \{0, 2, 3, 4, 6, 12, 14\}$ és ρ az oszthatósági reláció, tehát $(a, b) \in \rho$ pontosan akkor teljesül, ha $a \mid b$. Adja meg a részbenrendezett halmaz maximális, minimális, legnagyobb és legkisebb elemeit. [5]

6. Határozza meg az $\alpha\beta$ és $\beta\alpha$ leképezéseket, amennyiben [4]

$$\alpha: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x\alpha = x^3 - 1,$$

$$\beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x\beta = |x - 5|.$$

Extra feladat. A \uparrow Scheffer-művelet olyan kétváltozós művelet, hogy $A \uparrow B$ pontosan akkor hamis, ha A és B is igaz. Állítsa elő a tanult logikai műveleteket csak a Scheffer-művelet segítségével, például $\neg P \equiv P \uparrow P$.