

8. feladatsor – Lineáris egyenletrendszerek, mátrixegyenletek

8.1. Feladat. Oldjuk meg Gauss-elimináció segítségével az alábbi lineáris egyenletrendszereket.

(a)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= -9 \\x_1 - x_2 + 3x_3 &= 2 \\3x_1 - 6x_2 - x_3 &= 25\end{aligned}$$

(e)

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 3x_3 &= -4 \\x_2 + 2x_3 &= 3 \\2x_1 - x_2 + 8x_3 &= -3\end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned}4x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 6 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\7x_1 + 7x_2 + 8x_3 &= 10\end{aligned}$$

(f)

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 &= 6 \\-3x_1 - 9x_2 + 10x_3 - x_4 &= -11\end{aligned}$$

(c)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - x_3 &= 6 \\x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 1 \\3x_1 + 4x_2 - 7x_3 &= 24\end{aligned}$$

(g)

$$\begin{aligned}-3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 11x_4 &= -8 \\2x_1 + 4x_2 - x_3 + 5x_4 &= 10 \\x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 4\end{aligned}$$

(d)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 4 \\2x_1 + 6x_2 - 7x_3 &= 11 \\-5x_1 - 6x_2 + 13x_3 &= -14\end{aligned}$$

(h)

$$\begin{aligned}a - b + u &= 1 \\a + c - v &= 2 \\b + v + w &= 3\end{aligned}$$

8.2. Feladat. Határozzuk meg, hogy az alábbi egyenletrendszernek hány megoldása van az a valós paraméter függvényében.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 &= 1 \\x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\x_1 - 2x_2 + (a^2 - 8)x_3 &= a + 4\end{aligned}$$

8.3. Feladat. Adjuk meg a következő mátrixok inverzét:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$;

(b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 3 \\ -2 & -2 & 11 \end{pmatrix}$;

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 2 & 5 & 5 \end{pmatrix}$.

8.4. Feladat. Oldjuk meg a következő mátrixegyenleteket.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 10 & 1 \end{pmatrix}$

$$(c) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 6 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(d) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 7 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 29 & 5 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$(e) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$