

1. feladatsor – Ítéletkalkulus elemei

1.1. Feladat megoldása.

- (a) $B \vee C$
- (b) $B \wedge (\neg C)$
- (c) $\neg A$
- (d) $B \rightarrow C$
- (e) $B \leftrightarrow A$

1.2. Feladat megoldása.

8 darab részformula van: $A, B, C, \neg B, \neg C, (\neg C) \rightarrow B, A \vee (\neg B), ((\neg C) \rightarrow B) \rightarrow (A \vee (\neg B))$

1.3. Feladat megoldása. (c) $A \leftrightarrow (B \vee ((\neg B) \wedge C))$

1.4. Feladat megoldása.

- (a) $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$
- (b) $A \rightarrow (\neg B \vee (B \wedge C))$
- (c) $(A \wedge (\neg B)) \rightarrow (C \leftrightarrow D)$
- (d) $A \leftrightarrow (\neg B \vee (B \wedge C))$
- (e) $A \leftrightarrow (B \wedge (\neg C) \wedge (\neg D))$
- (f) $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D)$
- (g) $A \rightarrow (B \leftrightarrow \neg C)$
- (h) $A \rightarrow (\neg B \wedge (\neg C \rightarrow \neg D))$
- (i) $A \vee (B \wedge C)$
- (j) $A \wedge (B \rightarrow \neg C)$
- (k) $A \rightarrow (B \vee (C \wedge B))$

1.5. Feladat megoldása.

- (a) $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (C \leftrightarrow D) = h$
- (b) $(A \wedge B) \rightarrow (C \leftrightarrow (\neg D \vee E)) = i$
- (c) $(A \wedge B) \rightarrow (C \rightarrow (D \vee E)) = h$

1.6. Feladat megoldása.

- (a) A : „Esik az eső.”, B : „Megfázom.”, C : „Hideg van.”
 - (1) $A \wedge \neg B$
 - (2) $(C \vee A) \rightarrow B$Ha (1) igaz, akkor $A = i, B = h$. Ebben az esetben (2) mindig hamis.
- (b) A : „Piroska szereti a Farkast.”, B : „Nagyi epret evett.”, C : „A Farkas megeszi a Nagyt.”, D : „A Vadász lelőtte a Farkast.”
 - (1) $A \wedge (\neg B \rightarrow C), C \rightarrow \neg A, D$
 - (2) $D \rightarrow (B \leftrightarrow (\neg(A \vee C)))$Ha az (1) állítások egyszerre igazak, akkor a változók egyértelműen determináltak: $A = B = D = i, C = h$. Ennél a kiértékelésnél a (2) állítás hamis.

(c) A : „Hófehérke megeszi a mérgezett almát.”, B : „Hófehérke egyedül marad otthon.”, C : „Hófehérke főz.”, D : „Hófehérke takarít.”

(1) $A \leftrightarrow B, A \rightarrow (\neg C \wedge \neg D), B$

(2) $B \rightarrow (C \leftrightarrow \neg D), (B \rightarrow A) \wedge (\neg B \rightarrow (\neg C \wedge \neg D))$

Ha az (1) állítások egyszerre igazak, akkor a változók egyértelműen determináltak: $A = B = i, C = D = h$. Ennél a kiértékelésnél a (2) állítások közül az első hamis, a második igaz.

1.7. Feladat megoldása.

(a) (1): $(\neg A \vee B) \rightarrow C$

(2): $(\neg A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$

(1) \equiv (2)

(b) (1): $A \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg C)$

(2): $(B \vee C \vee A) \wedge ((\neg B \vee \neg C) \rightarrow \neg A)$

(1) $\not\equiv$ (2)

(c) (1): $\neg A \rightarrow (B \leftrightarrow C)$

(2): $(A \vee \neg C \vee B) \wedge ((\neg A \wedge \neg C) \rightarrow \neg B)$

(1) \equiv (2)

1.8. Feladat megoldása. Igazoljuk az alábbi logikai ekvivalenciákat:

(a)

$(A$	\wedge	$B)$	\rightarrow	C	\equiv	A	\rightarrow	$(B$	\rightarrow	$C)$
i	i	i	\mathbf{i}	i		i	\mathbf{i}	i	i	i
i	i	i	\mathbf{h}	h		i	\mathbf{h}	i	h	h
i	h	h	\mathbf{i}	i		i	\mathbf{i}	h	i	i
i	h	h	\mathbf{i}	h		i	\mathbf{i}	h	i	h
h	h	i	\mathbf{i}	i		h	\mathbf{i}	i	i	i
h	h	i	\mathbf{i}	h		h	\mathbf{i}	i	h	h
h	h	h	\mathbf{i}	i		h	\mathbf{i}	h	i	i
h	h	h	\mathbf{i}	h		h	\mathbf{i}	h	i	h

A többi feladatot is hasonlóan lehet ellenőrizni: fel kell írni az ekvivalenciajel két oldalán lévő formulák igazságtáblázatát, és ellenőrizni kell, hogy minden kiértékelésnél ugyanazt a logikai értéket kapjuk-e.

1.9. Feladat megoldása.

(a) Nem tautológia

(e) Tautológia

(b) Tautológia

(f) Tautológia

(c) Nem tautológia

(g) Tautológia

(d) Tautológia

1.10. Feladat megoldása.

(a) Kielégíthető, sőt tautológia.

(b) Kielégíthető, pl. $A = B = C = D = E = G = h$.

(c) Kielégíthető, pl. $A = B = C = i, D = h$.

1.11. Feladat megoldása.

F_1 : (nem teljes) diszjunktív normálforma
 F_3 : teljes diszjunktív normálforma

F_2 : nem diszjunktív normálforma
 F_4 : teljes diszjunktív normálforma

1.12. Feladat megoldása.

- (a) $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg C) \equiv (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$;
(b) $((\neg A) \rightarrow (A \wedge B)) \wedge C \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$;
(c) $(A \vee B) \rightarrow (\neg(C \rightarrow B)) \equiv (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$;
(d) $(A \vee (\neg B)) \rightarrow (C \leftrightarrow B) \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$;
(e) $(A \wedge C) \leftrightarrow ((A \rightarrow (\neg B)) \vee (A \wedge B)) \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$;
(f) $(\neg(A \rightarrow B)) \wedge ((\neg A) \leftrightarrow C) \vee B \equiv (A \wedge \neg B \wedge \neg C)$.