

1. feladatsor – Kombinatorika

1.1. Feladat. Adjunk meg egy-egy hétköznapi példát, ahol az események számát

- (a) ismétlés nélküli variációval,
- (b) ismétléses variációval,
- (c) ismétlés nélküli kombinációval,
- (d) ismétléses kombinációval

lehet meghatározni.

1.2. Feladat. Hányféleképpen állíhatunk sorba 5 fekete, 3 piros és 4 zöld golyót?

1.3. Feladat. Hányféleképpen helyezhetünk el nyolc embert három szobában, ha a szobák egy, kettő és öt személyesek?

1.4. Feladat. Öt diák vizsgázik. Hányféle eredménye lehet a vizsgának, ha tudjuk, hogy egy diák sem bukott meg, és a vizsgaértékelés ötfokozatú?

1.5. Feladat. Egy étteremben 4 munkatárs ebédel. Az étlapon 20 különböző étel van felsorolva. Hányféleképpen rendelhetnek, ha mindenki pontosan egy ételt rendel?

1.6. Feladat. Egy 6 fős röplabda csapatban egy feladót és egy ütőjátékost választanak. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha egy ember nem lehet egyszerre feladó és ütő is?

1.7. Feladat. Egy bizottságnak 7 tagja van, elnököt és elnökhelyettest választanak. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha a tagok egyike sem vállalhat egynél több feladatot?

1.8. Feladat. Egy boltban 6-féle CD-t lehet kapni. Hányféleképpen lehet 4 CD-t vásárolni, ha egyféle CD-ből többet is vehetünk?

1.9. Feladat. Egy üzletben ötféle szaloncukrot lehet kapni: kókuszos, vajkaramellás, zselés, gumicukros és marcipános ízűt. Hányféleképpen lehet tíz szaloncukrot vásárolni, ha minden szaloncukorból van legalább tíz?

1.10. Feladat. Hányféleképpen választhatunk 30 darabot 100, 200 és 500 forintos bankjegyekből, ha feltételezzük, hogy mindegyikből van legalább 30 darab?

1.11. Feladat. Egy turistacsoport egy város 20 nevezetességét szeretné meglátogatni 4 nap alatt. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha 1 nap alatt akár az összes nevezetesség meglátogatható, és számít az, hogy egy adott napon milyen sorrendben tekintik meg a látnivalókat?

1.12. Feladat. Összesen 15 különböző csomagot kell házhoz vitetnünk 3 kézbesítővel. Hányféleképpen osztható szét a munka, ha egy kézbesítő akár 15 csomagot is elbír, és számít a kézbesítési sorrend is?

1.13. Feladat. Hányféleképpen helyezhetünk el 24 különböző könyvet egy 7-polcos szekrényben, ha bármelyik polcon elfér mind a 24 könyv?

1.14. Feladat. Az ötös lottón 90 számból 5 számot húznak ki. Hányféle 3-talalatos szelvény lehetséges egy héten? (Egy szelvényen 1-től 90-ig szerepelnek a számok, melyek közül a fogadó ötöt jelöl meg.)

1.15. Feladat. Egy négytagú társaság a következőképpen akar feljutni egy tetőteraszra: ketten lifttel mennek egyszerre, ketten pedig egymás után mászva a villámhárítón jutnak fel. Hányféle sorrendben érkezhettek meg a teraszra, ha feltesszük, hogy a lifttel utazó két személy egyszerre érkezik, de ezt leszámítva nincs egyidejű érkezés.

1.16. Feladat. Hat óvodás és öt iskolás gyerek közül szeretnénk úgy kiválasztani négy gyereket, hogy legalább két óvodás legyen közöttük. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

1.17. Feladat. Húsz láda áruból 15 láda első osztályú, a többi másodosztályú. Hányféleképpen választhatunk ki 5 ládát úgy, hogy legfeljebb 2 másodosztályú legyen köztük?

1.18. Feladat. Az ajándékboltban ötféle mesekönyv, háromféle csokoládé és hatféle játék kapható. Hányféleképpen vásárolhat egy szülő gyermekének 4 különböző ajándékot úgy, hogy pontosan 2 mesekönyv legyen köztük?

1.19. Feladat. Egy csomag francia kártya 52 lapból áll, 4-féle színből 13-13 lapot tartalmaz.

- (a) Hányféleképpen húzhatunk ki egy csomag francia kártyából négy olyan lapot, amelyek közül pontosan két lap színe egyezik meg?
- (b) Hányféleképpen húzhatunk ki négy olyan lapot, amelyek között pontosan két szín fordul elő?

1.20. Feladat. Van 2 sárga, 3 fehér és 1 lila golyónk. Hányféleképpen állíthatunk össze ezekből egy 5 golyóból álló sorozatot?

1.21. Feladat. Hányféleképpen ültetheti le Hófehérke a hét törpét egy padra úgy, hogy Tudor és Morgó ne üljön egymás mellett?

1.22. Feladat. Az a, b, c, d, e, f betűk permutációi között hány olyan van, amelyben az a, b, c betűk nem egymás mellett állnak? (Bármely kettő állhat egymás mellett, de mind a három már nem!)

1.23. Feladat. Hányféleképpen lehet 5 (egyforma) fehér és 6 (egyforma) zöld golyót úgy sorbarendezni, hogy két fehér ne kerüljön egymás mellé?

1.24. Feladat. Egy állatszélídítő 5 oroszlánt és 4 tigris szeretne bevezetni egymás után a porondra úgy, hogy 2 tigris nem jöhet egymás után. Hányféleképpen teheti ezt meg? (Az állatszélídítő természetesen meg tudja különböztetni az állatait.)

1.25. Feladat. Hány olyan (nem feltétlenül értelmes) szó képezhető a KARIKA szó betűiből, ahol 2 magánhangzó nem kerülhet egymás mellé?

1.26. Feladat. Hányféle olyan "szó" képezhető a kombinatorika szó betűiből, melyben nem áll egymás mellett két

- (a) mássalhangzó,
- (b) magánhangzó?

1.27. Feladat. Hányféle sorrendben haladhat át a forgóajtón egy 8 házaspárból álló társaság, ha a házastársak közvetlenül egymás után mennek?

1.28. Feladat. Öt házaspár foglal helyet egy kerek asztalnál. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni? (Két elhelyezkedést akkor és csak akkor tekintünk azonosnak, ha mindenkinek ugyanaz a bal-, illetve jobboldali szomszédja.)

1.29. Feladat. Öt házaspár foglal helyet egy kör alakú asztalnál. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni, de sem két férfi, sem két nő nem ülhet egymás mellé.

1.30. Feladat. Mi a $(3x^2 + \frac{2}{x})^6$ kifejezésben a konstans tag a hatványozás elvégzése és a rendezés után?

1.31. Feladat. Mi lesz x^{18} együtthatója az $(1 + x^3 - x^4)^{12}$ polinomban a hatványozás elvégzése és a rendezés után?

1.32. Feladat. Egy kutatóintézetben 67-en dolgoznak. Angolul 47-en, németül 35-en, franciául 20-an beszélnek, németül és angolul 23-an, angolul és franciául 12-en, németül és franciául 11-en, mind három nyelven 5-en beszélnek. Hányan vannak, akik egy nyelvet sem beszélnek?

1.33. Feladat. Egy 50 fős osztályból 25-en járnak matematika, 19-en fizika és 30-an kémia szakkörre. 10-en járnak matematika és fizika, 12-en matematika és kémia, 16-an fizika és kémia szakkörre, valamint 8-an járnak mindhárom szakkörre. Hányan vannak, akik egyik szakkörre sem járnak?

1.34. Feladat. Hányféleképpen festhetünk ki n szobát 2-féle színnel, ha minden színt legalább egyszer felhasználunk?

1.35. Feladat. Hányféleképpen festhetünk ki n szobát 3-féle színnel, ha minden színt legalább egyszer felhasználunk?