

Név: _____

D csoport

| | | | | | | | |
|-------------|---|---|---|---|---|---|----------|
| Feladat: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Összesen |
| Max pont: | 4 | 5 | 5 | 5 | 5 | 3 | 27 |
| Elért pont: | | | | | | | |

**A válaszait minden esetben indokolja!
Indoklás nélküli megoldásra nem jár pont.**

1. Határozza meg a következő formula teljes diszjunktív normálformáját. [4]

$$(A \leftrightarrow B) \wedge ((\neg B) \rightarrow C)$$

2. Formalizálja az alábbi mondatot a predikátumkalkulus elemeit felhasználva. [5]

„Minden páros számnak van hárommal osztható osztója.”

A felhasználható predikátumok: $P(x)$: „ x páros”; $O(x, y)$: „ x osztója y -nak”; az individuumhalmaz az egész számok halmaza. Adja meg a formula tagadását olyan formában, ahol negációjel csak predikátumra vonatkozik.

3. Döntse el, hogy a következő állítások igazak-e. [1]
- (a) Az $\alpha = \{(a, b) : a \text{ a } b \text{ apja}\}$ reláció reflexív az emberek halmazán. [1]
- (b) A $\varrho = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy = 0\}$ reláció antiszimmetrikus. [1]
- (c) A $\delta = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{x+y} = 5\}$ reláció szimmetrikus. [1]
- (d) A $\beta = \{(a, b) \in \mathbb{R}^2 : 9 \mid b - a\}$ reláció tranzitív. [2]
4. Legyen $U = \{1, 2, 3, \dots, 8\}$ az alaphalmaz (univerzum) és annak négy részhalmaza: $A = \{1, 2, 5, 6\}$, $B = \{2, 5, 7, 8\}$, $C = \{2, 3, 6\}$ és $D = \{1, 5, 8\}$. Adja meg a következő halmazok elemeit: [5]

$$(B \Delta D) \cap A, \quad \overline{C} \cup B, \quad \mathcal{P}(A \setminus C).$$

5. Rajzolja fel az (A, ϱ) részbenrendezett halmaz Hasse-diagramját, ahol $A = \{0, 2, 3, 6, 14, 15, 30\}$ és ϱ az oszthatósági reláció, tehát $(a, b) \in \varrho$ pontosan akkor teljesül, ha $a \mid b$. Adja meg a részbenrendezett halmaz maximális, minimális, legnagyobb és legkisebb elemeit. [5]
6. Adjon példát ... [1]
- (a) az $\{1, 2, 4, 5, 7\}$ halmaz kételemű osztályozására. [1]
- (b) végtelen A, B halmazokra, melyre $A \Delta B$ véges. [1]
- (c) olyan ϱ relációra, melynek tranzitív lezártja megegyezik ϱ -val. [1]

Extra feladat. Formalizálja az alábbi állítást a predikátumkalkulus elemeivel.

„Nem minden tarka fajta szarka farka tarkabarka, csak a tarkabarka fajta szarkafajta farka tarkabarka.”