Diszkrét matematika I. 1. ZH 2017. október 9.

Név: ______________________________ C csoport

Feladat:	1	2	3	4	5	6	Összesen
Max pont:	4	5	5	4	5	4	27
Elért pont:							

A válaszait minden esetben indokolja!
Indoklás nélküli megoldásra nem jár pont.

1. Az ítéletkalkulus eszközeit felhasználva formalizálja az alábbi ítéletet. [4]

   „Ha megbukok kalkulusból, akkor marad időm dimat vizsgára tanulni, de programozásra már nem marad.”

   Adja meg a formula tagadását olyan formában, ahol negációjel csak ítéletváltozóra vonatkozik.

2. Fordítsa le köznapi nyelvre a következő formulát. [5]

   $$(\forall x)(O(3,x) \to (\exists y)(O(2,y) \wedge O(x,y)))$$

   A felhasznált predikátum: $O(x,y)$: „x osztója y-nak” az individuumhalmaz az egész számok halmaza. Adja meg a formula tagadását olyan formában, ahol negációjel csak predikátumra vonatkozik.

3. Döntse el, hogy a következő állítások igazak-e.
   (a) Az $\alpha = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 \colon |a-b| > 0\}$ reláció dichotom. [1]
   (b) A $\varrho = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon \frac{x+y}{3} = 1\}$ reláció szimmetrikus. [1]
   (c) A $\delta = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon x < y+2\}$ reláció antiszimmetrikus. [1]
   (d) A $\beta = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \colon 5 \mid x-y\}$ reláció tranzitív. [2]

4. Igaz-e, hogy tetszőleges A, B, C halmazok esetén $((A \cap B) \setminus C) \cup ((B \cap C) \setminus A) = (B \triangle C) \cap A$? Ha igen, bizonyítsa, ha nem, akkor adjon ellenpéldát. [4]

5. Rajzolja fel az (A, ϱ) részbenrendezett halmaz Hasse-diagramját, ahol [5]

   $$A = \{\{1\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,4\}, \{1,2,3,4\}, \{1,2,3,5\}, \mathbb{Z}\}$$

   és ϱ a részhalmaz reláció, tehát $(a,b) \in \varrho$ pontosan akkor teljesül, ha $a \subseteq b$. Adja meg az (A, ϱ) részbenrendezett halmaz maximális, minimális, legnagyobb és legkisebb elemeit.

6. Adjon példát ...
   (a) az $\{1,2,3,4,5\}$ halmaz háromelemű osztályozására. [1]
   (b) olyan ítéletkalkulusbeli formulára, melynek teljes diszjunktív normálformájában 2 diszjunkciójel van. [1]
   (c) relációra, melynek tranzitív lezártja megegyezik a szimmetrikus lezártjával. [1]
   (d) végtelen A, B halmazokra, melyre $A \triangle B$ véges. [1]

Extra feladat. Formalizálja azt az állítást, hogy az a_n sorozat határértéke 9. Tüntesse fel, hogy mik a predikátumok, függvényjelek és mi az individuumhalmaz.