

## 1. feladatsor – Ítéletkalkulus elemei

### 1.1. Feladat megoldása.

- (a)  $B \vee C$
- (b)  $B \wedge (\neg C)$
- (c)  $\neg A$
- (d)  $B \rightarrow C$
- (e)  $B \leftrightarrow A$

### 1.2. Feladat megoldása.

8 darab részformula van:  $A, B, C, \neg B, \neg C, (\neg C) \rightarrow B, A \vee (\neg B), ((\neg C) \rightarrow B) \rightarrow (A \vee (\neg B))$

### 1.3. Feladat megoldása. (c) $A \leftrightarrow (B \vee ((\neg B) \wedge C))$

### 1.4. Feladat megoldása.

- (a)  $(A \vee B) \rightarrow (C \wedge D)$
- (b)  $A \rightarrow (\neg B \vee (B \wedge C))$
- (c)  $(A \wedge (\neg B)) \rightarrow (C \leftrightarrow D)$
- (d)  $A \leftrightarrow (\neg B \vee (B \wedge C))$
- (e)  $A \leftrightarrow (B \wedge (\neg C) \wedge (\neg D))$
- (f)  $(A \wedge B) \rightarrow (C \vee D)$
- (g)  $A \rightarrow (B \leftrightarrow \neg C)$
- (h)  $A \rightarrow (\neg B \wedge (\neg C \rightarrow \neg D))$
- (i)  $A \vee (B \wedge C)$
- (j)  $A \wedge (B \rightarrow \neg C)$
- (k)  $A \rightarrow (B \vee (C \wedge B))$

### 1.5. Feladat megoldása.

- (a)  $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow (C \leftrightarrow D) = h$
- (b)  $(A \wedge B) \rightarrow (C \leftrightarrow (\neg D \vee E)) = i$
- (c)  $(A \wedge B) \rightarrow (C \rightarrow (D \vee E)) = h$

### 1.6. Feladat megoldása.

- (a)  $A$  : „Esik az eső.”,  $B$  : „Megfázom.”,  $C$  : „Hideg van.”
  - (1)  $A \wedge \neg B$
  - (2)  $(C \vee A) \rightarrow B$Ha (1) igaz, akkor  $A = i, B = h$ . Ebben az esetben (2) mindig hamis.
- (b)  $A$  : „Piroska szereti a Farkast.”,  $B$  : „Nagyi epret evett.”,  $C$  : „A Farkas megeszi a Nagyt.”,  $D$  : „A Vadász lelőtte a Farkast.”
  - (1)  $A \wedge (\neg B \rightarrow C), C \rightarrow \neg A, D$
  - (2)  $D \rightarrow (B \leftrightarrow (\neg(A \vee C)))$Ha az (1) állítások egyszerre igazak, akkor a változók egyértelműen determináltak:  $A = B = D = i, C = h$ . Ennél a kiértékelésnél a (2) állítás hamis.

(c)  $A$  : „Hófehérke megeszi a mérgezett almát.”,  $B$  : „Hófehérke egyedül marad otthon.”,  $C$  : „Hófehérke főz.”,  $D$  : „Hófehérke takarít.”

(1)  $A \leftrightarrow B, A \rightarrow (\neg C \wedge \neg D), B$

(2)  $B \rightarrow (C \leftrightarrow \neg D), (B \rightarrow A) \wedge (\neg B \rightarrow (\neg C \wedge \neg D))$

Ha az (1) állítások egyszerre igazak, akkor a változók egyértelműen determináltak:  $A = B = i, C = D = h$ . Ennél a kiértékelésnél a (2) állítások közül az első hamis, a második igaz.

### 1.7. Feladat megoldása.

(a) (1):  $(\neg A \vee B) \rightarrow C$

(2):  $(\neg A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)$

(1)  $\equiv$  (2)

(b) (1):  $A \leftrightarrow (\neg B \wedge \neg C)$

(2):  $(B \vee C \vee A) \wedge ((\neg B \vee \neg C) \rightarrow \neg A)$

(1)  $\not\equiv$  (2)

(c) (1):  $\neg A \rightarrow (B \leftrightarrow C)$

(2):  $(A \vee \neg C \vee B) \wedge ((\neg A \wedge \neg C) \rightarrow \neg B)$

(1)  $\equiv$  (2)

### 1.8. Feladat megoldása. Igazoljuk az alábbi logikai ekvivalenciákat:

(a)

$(A$	$\wedge$	$B)$	$\rightarrow$	$C$	$\equiv$	$A$	$\rightarrow$	$(B$	$\rightarrow$	$C)$
$i$	$i$	$i$	$\mathbf{i}$	$i$		$i$	$\mathbf{i}$	$i$	$i$	$i$
$i$	$i$	$i$	$\mathbf{h}$	$h$		$i$	$\mathbf{h}$	$i$	$h$	$h$
$i$	$h$	$h$	$\mathbf{i}$	$i$		$i$	$\mathbf{i}$	$h$	$i$	$i$
$i$	$h$	$h$	$\mathbf{i}$	$h$		$i$	$\mathbf{i}$	$h$	$i$	$h$
$h$	$h$	$i$	$\mathbf{i}$	$i$		$h$	$\mathbf{i}$	$i$	$i$	$i$
$h$	$h$	$i$	$\mathbf{i}$	$h$		$h$	$\mathbf{i}$	$i$	$h$	$h$
$h$	$h$	$h$	$\mathbf{i}$	$i$		$h$	$\mathbf{i}$	$h$	$i$	$i$
$h$	$h$	$h$	$\mathbf{i}$	$h$		$h$	$\mathbf{i}$	$h$	$i$	$h$

A többi feladatot is hasonlóan lehet ellenőrizni: fel kell írni az ekvivalenciajel két oldalán lévő formulák igazságtáblázatát, és ellenőrizni kell, hogy minden kiértékelésnél ugyanaz a logikai érték jön-e ki.

### 1.9. Feladat megoldása.

(a) Nem tautológia

(e) Tautológia

(b) Tautológia

(f) Tautológia

(c) Nem tautológia

(g) Tautológia

(d) Tautológia

### 1.10. Feladat megoldása.

(a) Kielégíthető, sőt tautológia.

(b) Kielégíthető, pl.  $A = B = C = D = E = G = h$ .

(c) Kielégíthető, pl.  $A = B = C = i, D = h$ .

### 1.11. Feladat megoldása.

$F_1$  : (nem teljes) diszjunktív normálforma  
 $F_3$  : teljes diszjunktív normálforma

$F_2$  : nem diszjunktív normálforma  
 $F_4$  : teljes diszjunktív normálforma

### 1.12. Feladat megoldása.

- (a)  $(A \leftrightarrow B) \wedge (\neg C) \equiv (A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$ ;  
(b)  $((\neg A) \rightarrow (A \wedge B)) \wedge C \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$ ;  
(c)  $(A \vee B) \rightarrow (\neg(C \rightarrow B)) \equiv (A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$ ;  
(d)  $(A \vee (\neg B)) \rightarrow (C \leftrightarrow B) \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge B \wedge C) \vee (\neg A \wedge B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg B \wedge \neg C)$ ;  
(e)  $(A \wedge C) \leftrightarrow ((A \rightarrow (\neg B)) \vee (A \wedge B)) \equiv (A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \neg B \wedge C)$ ;  
(f)  $(\neg(A \rightarrow B)) \wedge (((\neg A) \leftrightarrow C) \vee B) \equiv (A \wedge \neg B \wedge \neg C)$ .