Név:

EHA-kód:

Diszkrét matematika gyakorlat

2. ZH — 2016. november 28. — X csoport

---

1. Feladat. (5 pont)

(a) Határozza meg az $(A \to B) \leftrightarrow (\neg B \wedge C)$ formula teljes diszjunktív normálformáját.
(b) Formalizálja az alábbi mondatot az ítéletkalkulus eszközeivel:
„Pontosan akkor megyek el vizsgázni, ha átmegyek gyakorlaton és nem lesz rossz idő."

---

2. Feladat. (5 pont) Határozza meg az

$$M = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & -3 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét.

---

3. Feladat. (4 pont) Egy lineáris egyenletrendszer megoldása során a következő mátrixig jutottunk a Gauss-elimináció módszerével:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \end{array}\right)$$

Folytassa a feladat megoldását, azaz alakítsa a fenti egyenletrendszert lépcsős alakúvá. Határozza meg az egyenletrendszer összes megoldását.

---

4. Feladat. (4 pont) Formalizálja az alábbi mondatot a predikátumkalkulus elemeivel.

„Minden kéményes házba bemegy a Mikulás."

Az individuumhalmaz az épületek halmaza. A felhasználható predikátumok: $K(x)$: „x-nek van kéménye", $H(x)$: „x ház", $M(x)$: „x-be bemegy a Mikulás".

---

5. Feladat. (5 pont) Határozza meg a $z = 3 - 3i$ komplex szám trigonometrikus alakját, majd szorozza meg z-t a $w = 2(\cos\frac{\pi}{5} + i \sin\frac{\pi}{5})$ komplex számmal.

Név:

EHA-kód:

Diszkrét matematika gyakorlat

2. ZH — 2016. november 28. — Y csoport

---

1. Feladat. (4 pont) Határozza meg az

$$M = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 6 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

mátrix determinánsát.

---

2. Feladat. (3+1 pont)

(a) Tautológia-e az $(A \leftrightarrow B) \to (A \vee C)$ ítéletkalkulusbeli formula?
(b) Adjon meg egy tetszőleges kétváltozós tautológiát.

---

3. Feladat. (5 pont) Formalizálja a következő mondatot predikátumkalkulusbeli formulákkal.

„Minden ekvivalenciareláció tranzitív és szimmetrikus."

A felhasználandó predikátumok: $E(x)$: „x ekvivalencia", $T(x)$: „x tranzitív", $S(x)$: „x szimmetrikus". Az individuumhalmaz a relációk halmaza. Továbbá adja meg a formula tagadását olyan formában, hogy negációjel csak predikátumjelre vonatkozzon.

---

4. Feladat. (4 pont) Határozza meg a

$$\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét és sajátértékeit.

---

5. Feladat. (5+1 pont) Határozza meg a következő lineáris egyenletrendszer összes megoldását.

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 &= 0 \\ -x_1 + x_2 - x_3 &= -2 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 - 5x_4 &= -4 \end{aligned}$$

Továbbá adjon meg egy olyan háromváltozós lineáris egyenletrendszert, melynek nincs megoldása.

Név:

EHA-kód:

Diszkrét matematika gyakorlat

2. ZH — 2016. november 28. — *Z* csoport

---

1. Feladat. (5 pont) Legyenek adottak a következő mátrixok:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Határozza meg a következőek közül azokat, amelyek léteznek:

$$B^{-1}, \qquad C^T - A^T \cdot B, \qquad B \cdot C^T.$$

---

2. Feladat. (4 pont) Határozza meg annak a paralelepipedonnak a térfogatát, melyet az

$$\underline{a} = (1, -2, -4), \quad \underline{b} = (6, 0, 6), \quad \underline{c} = (7, -1, 8)$$

térbeli vektorok feszítenek ki.

---

3. Feladat. (4 pont) Határozza meg az $F \equiv (A \to B) \leftrightarrow (A \wedge \neg C)$ formula teljes diszjunktív normálformáját.

---

4. Feladat. (4+1 pont) Oldja meg a következő lineáris egyenletrendszert Gauss-eliminációval.

$$\begin{aligned} 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 &= 4 \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 &= 2 \\ x_1 - 2x_2 &= 1 \end{aligned}$$

Létezik-e olyan egyenletrendszer, melyben több ismeretlen van, mint ahány egyenletből áll, de nincs megoldása? Válaszát indokolja. (Ha létezik, adjon meg egyet, ha nem, akkor indokolja, miért nem.)

---

5. Feladat. (5 pont) Formalizálja a következő mondatokat:

„Minden számnál van nagyobb szám.” „Minden néggyel osztható szám páros.”

Az individuumhalmaz a számok halmaza, a felhasználható predikátumok: $N(x, y)$: x nagyobb y-nál, $P(x)$: „x páros”, $O(x)$: „x osztható néggyel”. Továbbá adja meg a második formula tagadását olyan alakban, ahol a tagadásjelek csak predikátumokra vonatkoznak.

Név:

EHA-kód:

Diszkrét matematika gyakorlat

2. ZH — 2016. november 28. — W csoport

---

1. Feladat. (5 pont) Oldja meg Gauss-eliminációval a következő lineáris egyenletrendszert.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 + x_3 - 5x_4 + 8x_5 &= 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_4 + 3x_5 &= 2 \\ -x_1 + 2x_3 - 4x_4 + 2x_5 &= -1 \end{aligned}$$

---

2. Feladat. (4+1 pont) Határozza meg a

$$\begin{vmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 2 & 2 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

determináns értékét. Továbbá adjon meg egy olyan 3×3-as mátrixot, mely nem tartalmaz nullát, de a determinánsa nulla.

---

3. Feladat. (4+1 pont) Formalizálja a következő mondatot az ítéletkalkulus elemeivel.

„Piroska pontosan akkor megy el a nagymamához, ha a nagymama otthon van és nem eszi meg a farkas, de ha Piroska nem megy el a nagymamához, akkor a vadász lelövi a farkast."

Határozza meg a formula kiértékelését abban az esetben, ha minden ítéletváltozó hamis.

---

4. Feladat. (4 pont) Határozza meg a

$$(\forall x)(\exists y)(A(x,y) \wedge (\forall z)(P(z) \to \neg Q(x,z)))$$

formula tagadásának olyan ekvivalens formáját, melyben a tagadásjel legfeljebb predikátumokra vonatkozik.

---

5. Feladat. (4 pont) Adja meg az

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

mátrix inverzét és négyzetét. (Egy mátrix négyzetét úgy kapjuk, hogy megszorozzuk saját magával, azaz $A^2 = A \cdot A$.)
