

Polinomosztás

Diszkrét matematika I.
gyakorlat

Összeállította:
Bogya Norbert

Tartalom

1 Elméleti bevezető

2 Példák

- 1. példa
- 2. példa
- 3. példa

Elmélet I.

Definíció (polinom)

$$p = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

alakú összeg, ahol $a_0, \dots, a_n \in D$, és x pedig egy határozatlan (D tetszőleges integritástartomány, például \mathbb{Z} , \mathbb{R} , vagy \mathbb{C}).

Feltehető, hogy

$$a_n \neq 0.$$

Elmélet I.

Definíció (polinom)

$$p = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

alakú összeg, ahol $a_0, \dots, a_n \in D$, és x pedig egy határozatlan (D tetszőleges integritástartomány, például \mathbb{Z} , \mathbb{R} , vagy \mathbb{C}).

Feltehető, hogy

$$a_n \neq 0.$$

Definíció (fokszám)

Ha $a_n \neq 0$, akkor $\deg(p) = n$.

Elmélet I.

Definíció (polinom)

$$p = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

alakú összeg, ahol $a_0, \dots, a_n \in D$, és x pedig egy határozatlan (D tetszőleges integritástartomány, például \mathbb{Z} , \mathbb{R} , vagy \mathbb{C}).

Feltehető, hogy

$$a_n \neq 0.$$

Definíció (fokszám)

Ha $a_n \neq 0$, akkor $\deg(p) = n$.

Definíció (főpolinom)

Ha $a_n = 1$, akkor p főpolinom.

Elmélet II.

Tétel (maradékos osztás)

Ha T test, akkor BÁRMELY $f, g \in T[x]$ polinomra teljesül, hogy ha $g \neq 0$, akkor létezik olyan q és r $T[x]$ -beli polinom, melyre

$$f = gq + r \text{ és } \deg(r) < \deg(g).$$

Elmélet II.

Tétel (maradékos osztás)

Ha T test, akkor BÁRMELY $f, g \in T[x]$ polinomra teljesül, hogy ha $g \neq 0$, akkor létezik olyan q és r $T[x]$ -beli polinom, melyre

$$f = gq + r \text{ és } \deg(r) < \deg(g).$$

Megjegyzés

\mathbb{Q} , \mathbb{R} és \mathbb{C} test.

Elmélet II.

Tétel (maradékos osztás)

Ha T test, akkor BÁRMELY $f, g \in T[x]$ polinomra teljesül, hogy ha $g \neq 0$, akkor létezik olyan q és r $T[x]$ -beli polinom, melyre

$$f = gq + r \text{ és } \deg(r) < \deg(g).$$

Megjegyzés

\mathbb{Q} , \mathbb{R} és \mathbb{C} test.

Megjegyzés

Ha p és q két polinom, akkor

$$\deg(pq) = \deg(p) + \deg(q).$$

Tartalom

1 Elméleti bevezető

2 Példák

- 1. példa
- 2. példa
- 3. példa

1. példa (I. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. példa (I. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. Először a legnagyobb fokszámú tagra figyeljünk, f -ben és g -ben egyaránt. Tehát a feladat: $4x^3 : x = ?$

1. példa (I. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. Először a legnagyobb fokszámú tagra figyeljünk, f -ben és g -ben egyaránt. Tehát a feladat: $4x^3 : x = ?$ Válasz: $4x^2$. Ezt írjuk az egyenlőség jel mögé.

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2$$

1. példa (1. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. Először a legnagyobb fokszámú tagra figyeljünk, f -ben és g -ben egyaránt. Tehát a feladat: $4x^3 : x = ?$ Válasz: $4x^2$. Ezt írjuk az egyenlőség jel mögé.

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2$$

2. Szorozzuk meg g -t a kapott eredménnyel, és írjuk az f megfelelő fokszámú tagjai alá rendezve a kapott szorzatot.

1. példa (I. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. Először a legnagyobb fokszámú tagra figyeljünk, f -ben és g -ben egyaránt. Tehát a feladat: $4x^3 : x = ?$ Válasz: $4x^2$. Ezt írjuk az egyenlőség jel mögé.

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2$$

2. Szorozzuk meg g -t a kapott eredménnyel, és írjuk az f megfelelő fokszámú tagjai alá rendezve a kapott szorzatot.

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2$$

1. példa (I. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. Először a legnagyobb fokszámú tagra figyeljünk, f -ben és g -ben egyaránt. Tehát a feladat: $4x^3 : x = ?$ Válasz: $4x^2$. Ezt írjuk az egyenlőség jel mögé.

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2$$

2. Szorozzuk meg g -t a kapott eredménnyel, és írjuk az f megfelelő fokszámú tagjai alá rendezve a kapott szorzatot.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ 4x^3 \end{array}$$

1. példa (1. rész)

Feladat: $f = 4x^3 + 2x^2 - 3x + 5$, $g = x - 1$, $q, r = ?$

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = ?$$

1. Először a legnagyobb fokszámú tagra figyeljünk, f -ben és g -ben egyaránt. Tehát a feladat: $4x^3 : x = ?$ Válasz: $4x^2$. Ezt írjuk az egyenlőség jel mögé.

$$(4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2$$

2. Szorozzuk meg g -t a kapott eredménnyel, és írjuk az f megfelelő fokszámú tagjai alá rendezve a kapott szorzatot.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ 4x^3 \quad -4x^2 \end{array}$$

1. példa (II. rész)

3. f -ből vonjuk ki, ami alatta van.

1. példa (II. rész)

3. f -ből vonjuk ki, ami alatta van.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ 4x^3 - 4x^2 \end{array}$$

1. példa (II. rész)

3. f -ből vonjuk ki, ami alatta van.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ \underline{4x^3 - 4x^2} \end{array}$$

1. példa (II. rész)

3. f -ből vonjuk ki, ami alatta van.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ \underline{4x^3 - 4x^2} \\ 6x^2 \end{array}$$

1. példa (II. rész)

3. f -ből vonjuk ki, ami alatta van.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\ 6x^2 \quad -3x \end{array}$$

1. példa (II. rész)

3. f -ből vonjuk ki, ami alatta van.

$$\begin{array}{r} (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\ \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\ 6x^2 \quad -3x \quad +5 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2}
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x}
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x} \\
 3x \quad +5
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x} \\
 3x
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x} \\
 3x \quad +5
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x + 3 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x} \\
 3x \quad +5
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x + 3 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 - 3x + 5 \\
 \underline{6x^2 - 6x} \\
 3x + 5 \\
 \underline{3x} \\
 5
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x + 3 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x} \\
 3x \quad +5 \\
 \underline{3x \quad -3} \\
 \quad +8
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x + 3 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 \quad -3x \quad +5 \\
 \underline{6x^2 \quad -6x} \\
 3x \quad +5 \\
 \underline{3x \quad -3} \\
 8
 \end{array}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x + 3 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 - 3x + 5 \\
 \underline{6x^2 - 6x} \\
 3x + 5 \\
 \underline{3x - 3} \\
 8
 \end{array}
 \Rightarrow \text{STOP}$$

1. példa (III. rész)

4. Most úgy folytatjuk, hogy a legalsó sort tekintjük az f -nek, és hajtsuk végre újra az **1-3.** lépést, de az **1.** lépésnél kapott eredményt a legfelső sorba jegyezzük fel. Addig csináljuk ezt az algoritmust, míg kivonás után egy olyan polinomot nem kapunk, melynek fokszáma kisebb mint g -é.

$$\begin{array}{r}
 (4x^3 + 2x^2 - 3x + 5) : (x - 1) = 4x^2 + 6x + 3 \\
 \underline{4x^3 \quad -4x^2} \\
 6x^2 - 3x + 5 \\
 \underline{6x^2 - 6x} \\
 3x + 5 \\
 \underline{3x - 3} \\
 8
 \end{array}
 \implies \text{STOP}$$

$$f = (4x^2 + 6x + 3)g + 8$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$(2x^4 + 5x^2 - x + 10) : (x^2 + x) =$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$(2x^4 + 5x^2 - x + 10) : (x^2 + x) = 2x^2$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) \\ 2x^4 \end{array} : (x^2 + x) = 2x^2$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) \\ 2x^4 \quad +2x^3 \end{array} : (x^2 + x) = 2x^2$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \\ \underline{2x^4 \quad +2x^3} \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \\ \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\ \quad \quad -2x^3 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 \quad -2x^3 \quad +5x^2
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 \qquad -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3}
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2}
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 \qquad \qquad \qquad 7x^2
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 \qquad \qquad \qquad 7x^2 \quad -x
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 \qquad \qquad 7x^2 \quad -x \quad +10
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \quad \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \quad +7 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 7x^2 \quad -x \quad +10
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \quad +7 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 7x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{7x^2 \quad +7x} \\
 \qquad \qquad \qquad -8x \quad +10
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \quad +7 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 \qquad 7x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \qquad \underline{7x^2 \quad +7x} \\
 \qquad \qquad -8x
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \qquad \qquad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \quad +7 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 7x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{7x^2 \quad +7x} \\
 -8x \quad +10
 \end{array}$$

2. példa

Feladat: $f = 2x^4 + 5x^2 - x + 10$, $g = x^2 + x$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (2x^4 \quad \quad +5x^2 \quad -x \quad +10) : (x^2 + x) = 2x^2 \quad -2x \quad +7 \\
 \underline{2x^4 \quad +2x^3} \\
 -2x^3 \quad +5x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{-2x^3 \quad -2x^2} \\
 7x^2 \quad -x \quad +10 \\
 \underline{7x^2 \quad +7x} \\
 -8x \quad +10 \quad \Rightarrow \quad \text{STOP}
 \end{array}$$

$$f = (2x^2 - 2x + 7)g + (-8x + 10)$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$(-x^5 \quad -5x^3 \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) =$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$(-x^5 \quad -5x^3 \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{pmatrix} -x^5 & -5x^3 & & +4x & -1 \\ -x^5 & & & & \end{pmatrix} : (x^3 + 2x - 1) = -x^2$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{pmatrix} -x^5 & -5x^3 & & +4x & -1 \\ -x^5 & -2x^3 & & & \end{pmatrix} : (x^3 + 2x - 1) = -x^2$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{pmatrix} -x^5 & -5x^3 & & +4x & -1 \\ -x^5 & -2x^3 & +x^2 & & \end{pmatrix} : (x^3 + 2x - 1) = -x^2$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) \\ \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \end{array} : (x^3 + 2x - 1) = -x^2$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \\ \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\ -3x^3 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \\ \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\ \quad \quad -3x^3 \quad -x^2 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \\ \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\ \quad \quad -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r} (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\ \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\ -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \underline{-3x^3}
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 \quad -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \quad -3x^3 \quad \quad \quad -6x \quad +3
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 \quad \quad -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \quad \quad \underline{-3x^3} \quad \quad \quad -6x \quad +3
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 \quad -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \quad \underline{-3x^3 \quad \quad \quad -6x \quad +3} \\
 \quad \quad \quad -x^2
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \underline{-3x^3 \quad \quad \quad -6x \quad +3} \\
 -x^2 \quad +10x
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 \quad -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \quad \underline{-3x^3 \quad \quad \quad -6x \quad +3} \\
 \quad \quad -x^2 \quad +10x \quad -4
 \end{array}$$

3. példa

Feladat: $f = -x^5 - 5x^3 + 4x - 1$, $g = x^3 + 2x - 1$, $q, r = ?$

$$\begin{array}{r}
 (-x^5 \quad -5x^3 \quad \quad \quad +4x \quad -1) : (x^3 + 2x - 1) = -x^2 \quad -3 \\
 \underline{-x^5 \quad -2x^3 \quad +x^2} \\
 -3x^3 \quad -x^2 \quad +4x \quad -1 \\
 \underline{-3x^3 \quad \quad \quad -6x \quad +3} \\
 -x^2 \quad +10x \quad -4 \quad \quad \quad \Rightarrow \quad \text{STOP}
 \end{array}$$

$$f = (-x^2 - 3)g + (-x^2 + 10x - 4)$$

Vége

Remélem, hogy a
bemutató segített
megérteni a dolgot!