

Diszkrét matematika I. gyakorlat

1. Gyakorlat

Bogya Norbert

Bolyai Intézet

2012. szeptember 4-5.

Tartalom

1 Információk

- Elérhetőségek
- Számonkérések, követelmények
- Ajánlott irodalom

2 Halmazok

- Alapfogalmak
- Részhalmaz
- Hatványhalmaz
- Halmazműveletek

Email-címek, honlapok

- Honlapom:

<http://www.math.u-szeged.hu/~nbogya>

- Email-címem:

Bogya.Norbert@stud.u-szeged.hu

- Előadó: Dr. Czédli Gábor

<http://www.math.u-szeged.hu/~czedli>

Számonkérések

- 2 darab zh
 - 18 – 18 pont
 - egész órák
 - Időpontok: október 9-10. és november 27-28.

**A ZH-kat szorgalmi időszakban javítani és pótolni
semmilyen indokkal sem lehet!!!**

- 7 darab elektronikus teszt
 - 2 – 2 pont
 - Lásd: később!

Követelmények

- Gyakorlaton szerezhető: 50 pont.
 - **Vizsgára bocskátás feltétele: 15 pont a ZH-kból és összesen minimum 20 pont a gyakorlaton.**
 - Gyakorlati utóvizsga
 - Csak a 20 pont alattiaknak!
 - Vizsgaidőszak első hetében.
 - Vagy 0 vagy 20 pont.
- Vizsgán szerezhető: 60 pont.
- Gyakorlaton nincs külön jegy, a gyakorlatról hozott pontok és a vizsgán szerzett pontok összeadódnak:

0	—	49 :	elégtelen (1)
50	—	62 :	elégséges (2)
63	—	75 :	közepes (3)
76	—	89 :	jó (4)
90	—	110 :	jeles (5)

Elektronikus tesztek

- Honlap: <http://www.math.u-szeged.hu/~mmaroti/tests/>
- Még nem tudtok regisztrálni.
- Első teszt indulása: szeptember 17.
- 7 témakör: 7 külön teszt
- Minden teszt naponta csak egyszer tölthető ki.
- A teszt megnyitása törli az előző eredményt, tehát a végső eredmény mindig a legutoljára elkezdett teszt eredménye lesz.
- Minden teszt kitöltésére kb. 2 hét áll rendelkezésre.
Pontos határidők a tesztek honlapján.
- Időkorlát: 20 perc.

- Feladatok:
 - **Erre a félévre összeállított feladatsorok:**
<http://www.math.u-szeged.hu/~katai/dizsmat1/ujfeladatok.html>
 - Régebbi feladatsorok:
<http://www.math.u-szeged.hu/~katai/dizsmat1/feladatok.html>
 - Korábbi vizsgalapok (megoldással):
<http://www.math.u-szeged.hu/~czedli>
- Elmélethez:
 - **Szendrei Ágnes: Diszkrét matematika, logika, algebra, kombinatorika (6. kiadás 2004)**
 - **Szabó László: Bevezetés a lineáris algebrába (2003)**
 - Ablonczy Péter - Andrásfai Béla: Infor - Matek (1997)
- Feladatmegoldáshoz:
 - Kalmárné Németh Márta - Katonáné Horváth Eszter - Kámán Tamás: Diszkrét matematikai feladatok (2. kiadás, 2005)
 - FAGYEJEV, D. K. – SZOMINSZKIJ I. Sz: Felsőfokú algebrai példatár (2006)

Tartalom

- 1 Információk
 - Elérhetőségek
 - Számonkérések, követelmények
 - Ajánlott irodalom

- 2 Halmazok
 - Alapfogalmak
 - Részhalmaz
 - Hatványhalmaz
 - Halmazműveletek

Alapfogalmak

Alapfogalmak

- Halmaz
- Eleme

Jelölések

- Halmazok: A, B, C, \dots
- $a \in A$ – Az a „objektum” eleme az A halmaznak.

A halmazok megadhatók

- elemeinek felsorolásával,
- képlettel,
- körülírással.

A lényeg, hogy úgy definiáljunk egy halmast, hogy minden „objektumról” egyértelműen el tudjuk dönteni, hogy eleme-e a halmaznak!

Alapfogalmak

0. Feladat - Példák, ellenpéldák

- $A = \{0, 1, a, B, x, y, \{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}\}$
- $L = \{\text{a teremben lévő magas hallgatók}\}$
- $H = \{\text{kétjegyű prímszámok}\}$
- $B = \{x \in \mathbb{Z} : 2 \leq x < 5 \text{ vagy } 3 \mid x\}$
- $D = \{\text{Unicode karakterek}\}$

Jól definiált halmazok: A , H , B

NEM jól definiált halmazok: L , D

Alapfogalmak

1. Feladat - Hasonló van a gyakorló feladatsorban

$$A = \{a, \{a\}, \{a, \{a\}\}\}$$

$a \stackrel{?}{\in} A$	$\{a\} \stackrel{?}{\in} A$	$\{\{a\}\} \stackrel{?}{\in} A$	$\{a, \{a\}\} \stackrel{?}{\in} A$
-------------------------	-----------------------------	---------------------------------	------------------------------------

Alapfogalmak

Üres halmaz

- Olyan halmaz, amelynek nincs eleme.
- Jele: \emptyset .

Elemszám

- Véges halmaz elemszáma az a szám, ahány eleme van.
- Jelölés: $|A|$

Halmazok egyenlősége

Két halmaz pontosan akkor egyenlő, ha elemeik megegyeznek.

Fontos

Egy halmazban minden elemet egyszeres multiplicitással számolunk.

Alapfogalmak

2. Feladat - Elemszám meghatározása

- $|\emptyset| = ?$
- $|\{\emptyset\}| = ?$
- $A = \{\emptyset, 0, 1, 2, 7\}$, $|A| = ?$
- $C = \{0, 1, 2, \{0, 1, 2\}, 1\}$, $|C| = ?$

3. Feladat - Teszt (jellegű) feladatok

Igazak-e a következők tetszőleges U halmazra és tetszőleges (nem feltétlen különböző) $a, b \in U$ elemekre?

$$\emptyset = \{\emptyset\}, \quad \{a, b\} = \{\{a, b\}\}, \quad |\{a, b\}| = 2$$

Részhalmaz

Részhalmaz

- Az A halmaz a B halmaznak a részhalmaza, ha A minden eleme egyben B -nek is eleme.
- Jelölés: $A \subseteq B$
- Példa: $\{1, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4\} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}$

Tétel

Legyen H egy tetszőleges halmaz. Ekkor

- $\emptyset \subseteq H$, és
- $H \subseteq H$.

Részhalmaz

4. Feladat - 1.3. Feladat az idei feladatsorból

$$A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

$\emptyset \stackrel{?}{\in} A$	$\{\{\emptyset\}\} \stackrel{?}{\in} A$	$\{\emptyset\} \stackrel{?}{\in} A$	$\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \stackrel{?}{\in} A$	$\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \stackrel{?}{\in} A$
$\emptyset \stackrel{?}{\subseteq} A$	$\{\{\emptyset\}\} \stackrel{?}{\subseteq} A$	$\{\emptyset\} \stackrel{?}{\subseteq} A$	$\{\emptyset, \{\emptyset\}\} \stackrel{?}{\subseteq} A$	$\{\{\emptyset, \{\emptyset\}\}\} \stackrel{?}{\subseteq} A$

Hatványhalmaz

Hatványhalmaz

- Egy halmaz hatványhalmazának a halmaz összes részhalmazából álló halmazt nevezzük.
- Jelölés: $\mathcal{P}(A) = \{A \text{ összes részhalmaza}\}$

5. Feladat

Határozza meg a következő hatványhalmazokat!

- $\mathcal{P}(\{1, 2\})$
- $\mathcal{P}(\emptyset)$
- $\mathcal{P}(\{a, b, c\})$
- $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathcal{P}(\emptyset)))$ - 1.4. Feladat az idei feladatsorból

Megjegyzés: Egy n elemű halmaznak 2^n darab részhalmaza van.

Legyen U a rögzített alaphalmaz, A és B két tetszőleges részhalmaza U -nak.

- Az A és B halmazok uniójának nevezzük azt a halmazt, melynek minden eleme benne van valamelyik halmazban. Jelölés: $A \cup B$.

$$A \cup B = \{x : x \in A \text{ VAGY } x \in B\}$$

- Az A és B halmazok metszetének nevezzük azt a halmazt, melynek minden eleme benne van mindkét halmazban. Jelölés: $A \cap B$.

$$A \cap B = \{x : x \in A \text{ ÉS } x \in B\}$$

(folyt. köv.)

- Az A halmaz komplementerének nevezzük azt a halmazt, amely azon (U -beli) elemeket tartalmazza, melyek nincsenek az A halmazban. Jelölés: \bar{A} .

$$\bar{A} = \{x : x \in U \text{ ÉS } x \notin A\}$$

- Az A és B halmazok különbségének nevezzük azt a halmazt, melynek minden eleme benne van A -ban, de nincs benne B -ben. Jelölés: $A \setminus B$.

$$A \setminus B = \{x : x \in A \text{ ÉS } x \notin B\} = A \cap \bar{B}$$

- Az A és B halmazok szimmetrikus differenciájának nevezzük azt a halmazt, melynek minden eleme az A és a B halmazok közül pontosan az egyikben van benne. Jelölés: $A \triangle B$.

$$A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$$

Halmazműveletek

Definíciók

- $A \cup B = \{x : x \in A \text{ VAGY } x \in B\}$
- $A \cap B = \{x : x \in A \text{ ÉS } x \in B\}$
- $A \setminus B = \{x : x \in A \text{ ÉS } x \notin B\} = A \cap \bar{B}$
- $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
- $\bar{A} = \{x : x \in U \text{ ÉS } x \notin A\} = U \setminus A$, ahol U a rögzített univerzum (alaphalmaz).

6. Feladat - 1.1. Feladat az idei feladatsorból

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad A = \{1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{4, 5\}, \quad C = \{1, 2, 5\}$$

$$A \cap B = ?$$

$$A \cup B = ?$$

$$A \setminus B = ?$$

$$\bar{B} = ?$$

$$A \Delta B = ?$$

$$(A \Delta \bar{C}) \setminus \bar{B} = ?$$

$$(B \setminus \bar{A}) \Delta C = ?$$

$$(B \Delta \bar{C}) \cap A = ?$$

Halmazműveletek

Definíciók

- $A \cup B = \{x : x \in A \text{ VAGY } x \in B\}$
- $A \cap B = \{x : x \in A \text{ ÉS } x \in B\}$
- $A \setminus B = \{x : x \in A \text{ ÉS } x \notin B\} = A \cap \bar{B}$
- $A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A) = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
- $\bar{A} = \{x : x \in U \text{ ÉS } x \notin A\} = U \setminus A$, ahol U a rögzített univerzum (alaphalmaz).

7. Feladat - 1.2. Feladat az idei feladatsorból

$$A = \mathcal{P}(\{a, b\}), \quad B = \mathcal{P}(\{b, c\})$$

$$A \cap B = ?$$

$$A \setminus B = ?$$

$$B \setminus A = ?$$

$$A \Delta B = ?$$

Vége

Köszönöm a türelmet!