

6. feladatsor – Predikátumkalkulus

Megoldások

1. Feladat.

- Részkifejezések: $x, y, a, f(x, a), f(y, x)$
- Részformulák:
 - Atomi: $P(f(x, a), x), P(f(y, x), y), Q(x)$
 - Nem atomi: $P(f(y, x), y) \wedge Q(x), (\exists y)(P(f(y, x), y) \wedge Q(x)), (\forall x)P(f(x, a), x), (\forall x)P(f(x, a), x) \rightarrow (\exists y)(P(f(y, x), y) \wedge Q(x))$
- Pirossal jelölve a kötött előfordulás, zölddel a szabad előfordulás:

$$(\forall x)P(f(x, a), x) \rightarrow (\exists y)(P(f(y, x), y) \wedge Q(x)).$$

2. Feladat.

- Minden négyzetszám osztója egy páros számnak.
- Van olyan páros szám, amelynek nem létezik páros negatív osztója.

3. Feladat.

- $(\exists x)(H(x) \wedge (\neg V(x)))$
- $(\forall x)(H(x) \rightarrow V(x))$
- $(\exists x)(H(x) \wedge (\forall y)(\neg B(y, x)))$
- $(\exists x)(H(x) \wedge (\forall y)(T(y, x) \rightarrow C(y, x)))$
- $(\exists x)(F(x) \wedge (\forall y)(\neg T(y, x)))$
- $(\forall x)(A(x) \rightarrow (\neg F(x))) \wedge (\exists x)((\neg F(x)) \wedge (\neg A(x)))$
- $(\forall x)(B(x, p) \rightarrow H(x))$
- $(\exists x)(H(x) \wedge (\neg S(a(x))))$
- $S(a(p))$

4. Feladat. $I(x)$: „ x informatikus”; $E(x)$: „ x éhes”; $S(x)$: „ x szakács”; $K(x, y)$: „ x kedveli y -t”; $F(x, y)$: „ x főz y -nak”; m : „Mézga Géza”; $G(x, y)$: „ x gyereke y -nak”; $Sz(x)$: „ x szerencsés”.

- $(\forall x)(I(x) \rightarrow E(x))$, Tagadása: $(\exists x)(I(x) \wedge \neg E(x))$, Van olyan informatikus, aki nem éhes.
- $(\forall x)((E(x) \wedge S(x)) \rightarrow F(x, x))$, Tagadása: $(\exists x)(E(x) \wedge S(x) \wedge \neg F(x, x))$, Van olyan éhes szakács, aki nem főz magának.
- $(\forall x)((E(x) \wedge I(x)) \rightarrow (\forall y)(S(y) \rightarrow K(x, y)))$, Tagadása: $(\exists x)(E(x) \wedge I(x) \wedge (\exists y)(S(y) \wedge \neg K(x, y)))$, Van olyan éhes informatikus, aki nem kedvel minden szakácsot.
- $(\exists x)(S(x) \wedge (\forall y)(F(x, y) \rightarrow I(y)))$, Tagadása: $(\forall x)(S(x) \rightarrow (\exists y)(F(x, y) \wedge \neg I(y)))$, A szakácsok nem csak informatikusoknak főznek.
- $(\forall x)(\forall y)((I(x) \wedge F(y, x) \wedge S(y)) \rightarrow K(x, y))$, Tagadása: $(\exists x)(\exists y)(I(x) \wedge F(y, x) \wedge S(y) \wedge \neg K(x, y))$, Van olyan informatikus, aki nem kedveli a neki főző szakácsot.
- $\neg Sz(m) \wedge (\forall x)(G(x, m) \rightarrow Sz(x))$, Tagadása: $Sz(m) \vee (\exists x)(G(x, m) \wedge \neg Sz(x))$, Mézga Géza szerencsés, vagy van olyan gyermeke, aki szerencsétlen.
- $(S(m) \wedge (\forall x)(\neg E(x))) \rightarrow (\forall x)(Sz(x))$, Tagadása: $S(m) \wedge (\forall x)(\neg E(x)) \wedge (\exists x)(\neg Sz(x))$, Mézga Géza a szakács, és senki sem éhes, de van aki nem szerencsés.

5. Feladat.

- Igen
- Igen

6. Feladat.

- Igen
- Nem
- Igen
- Igen

7. Feladat. (c)