

## MBNK12: Tételsor

Mindenki kettő tételt húz. Minden tétel két részből áll. Az első részben az adott definíciókat kell tudni, precízen megfogalmazni, és mindenre példát és ellenpéldát adni. A második részben egyszerű állítások bizonyítását, bonyolultabb bizonyítások alapvető gondolatmenetét kell tudni, és az eredményeket példával szemléltetni.

1. Oszthatóság, euklideszi algoritmus
  - (a) Oszthatóság, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
  - (b) Oszthatóság alapvető tulajdonságai,  $\text{lko}(a, b)$  létezése (euklidesz algoritmus) és előállítása  $ax + by$  alakban
2. Relatív prímekek, diofantoszi egyenlet
  - (a) Relatív prímekek, diofantoszi egyenlet
  - (b) Euklidesz lemmája, diofantoszi egyenlet megoldhatósága és a megoldás általános alakja
3. Prímszámok és felbonthatatlan számok
  - (a) Prímszámok és felbonthatatlan számok
  - (b) Minden prímszám felbonthatatlan, minden felbonthatatlan szám prímszám
4. A számelmélet alaptétele
  - (a) a számelmélet alaptételének és a prímszámtételnek kimondása, értelmezése
  - (b)  $\text{lko}(a, b) \cdot \text{lkk}(a, b) = ab$  bizonyítása, végtelen sok prímszám van, végtelen sok  $4k + 1$  alakú prímszám van
5. Lineáris kongruenciák
  - (a) Lineáris kongruenciák és kongruenciarendszerek definíciója
  - (b) Lineáris kongruencia megoldhatósága és a megoldás alakja, kínai maradéktétel
6. Maradékosztályok
  - (a)  $\mathbb{Z}_m$  és  $\mathbb{Z}_m^*$ , multiplikatív inverz, Euler-féle  $\varphi$ -függvény
  - (b) Multiplikatív inverz létezése, Wilson tétele,  $\varphi(m)$  kiszámítása
7. Ítéletkalkulus és formalizálás
  - (a) Ítélet, logikai műveletek, formulák, igazságtáblázat, logikai ekvivalencia, tautológia
  - (b) Alapvető logikai ekvivalenciák, logikailag ekvivalens formulákra vonatkozó tételek
8. Ítéletkalkulusbeli tagadás, teljes diszjunktív normálforma
  - (a) (Teljes) diszjunktív normálforma
  - (b) A tagadásra vonatkozó tétel, teljes diszjunktív normálforma létezése és egyértelműsége
9. Predikátumkalkulus és formalizálás
  - (a) Kvantorok, kifejezések és formulák, hatáskör, szabad változó, logikai ekvivalencia
  - (b) Alapvető logikai ekvivalenciák bizonyítása
10. Predikátumkalkulusbeli tagadás
  - (a) Interpretáció, logikai ekvivalencia, tautológia
  - (b) Formulák tagadása, részformulák kicserélése
11. Következményfogalom
  - (a) Logikai következmény, premissza, konklúzió, bizonyítási módszerek
  - (b) A logikai következmény és tautológiák kapcsolata, kompaktsági tétel kimondása
12. Halmazok megadása
  - (a) Halmaz, elem, Russel-paradoxon, részhalmaz, üreshalmaz, egyesítés, metszet
  - (b) Az alapvető tulajdonságok kimondása és bizonyítása

13. Halmazelméleti műveletek
  - (a) Rendezett elempár, Descartes-szorzat, hatványhalmaz, komplementum, szimmetrikus különbség
  - (b) Halmazelméleti műveletek tulajdonságai, Descartes-szorzat és hatványhalmaz elemszáma
14. Megfeleltetések és leképezések
  - (a) Megfeleltetés, indulási és érkezési halmaz, értelmezési tartomány, értékkészlet, parciális leképezés, leképezés
  - (b) A leképezés szorzás asszociatív, leképezések száma
15. Leképezések tulajdonságai
  - (a) Szürjektív, injektív és bijektív leképezések
  - (b) Injektív, szürjektív és bijektív leképezések szorzatára vonatkozó tétel
16. Inverz leképezés
  - (a) Identikus leképezés, leképezések inverze
  - (b) Inverz leképezések létezése, leképezések szorzatának inverze
17. Halmazok számossága
  - (a) Halmazok elemszáma, Schröder-Bernstein tétel kimondása
  - (b) A számosságra vonatkozó alapvető tételek (egyenlőség, diszjunk unió, Descartes-szorzat)
18. Hatványhalmaz számossága
  - (a) A  $\mathcal{P}(A)$  hatványhalmaz és a  $\{0, 1\}^A$  halmaz kapcsolata
  - (b) Cantor-tétel bizonyítása
19. Véges halmazok jellemzése
  - (a) Véges halmaz definíciója
  - (b) Véges halmazok jellemzése injektív és bijektív leképezésekkel
20. Végtelen halmazok
  - (a) Megszámlálhatóan végtelen és kontinuum számosságú halmazok
  - (b)  $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}|$  és  $|\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}| = |\mathbb{R}|$  bizonyítása
21. Permutációk
  - (a) Permutációk, mozgatott elemek halmaza, fixpontok, idegenség, felcserélhetőség
  - (b) Permutációk száma, felcserélhetőség és idegenség kapcsolata,  $S_3$  elemei
22. Idegen ciklusokra való bontás
  - (a) Ciklus, transzpozíció, ciklus hossza
  - (b) Páronként idegen ciklusokra való bontás létezése és egyértelműsége
23. Permutációk paritása
  - (a) Páros és páratlan permutációk
  - (b) Permutációk előállítása transzpozíciók szorzataként, a paritás egyértelműsége
24. Relációk
  - (a) Reláció, reflexivitás, szimmetria, tranzitivitás, antiszimmetria, dichotómia
  - (b) Milyen tulajdonságok örződnek meg relációk metszetére
25. Osztályozások
  - (a) Osztályozás, elem osztálya, osztályozáshoz tartozó ekvivalenciareláció
  - (b) Az osztályozáshoz tartozó ekvivalenciareláció valóban ekvivalenciareláció
26. Ekvivalenciarelációk
  - (a) Ekvivalenciarelációhoz tartozó osztályozás, leképezés magja
  - (b) Ekvivalenciarelációhoz tartozó osztályozás valóban osztályozás, a leképezés magja ekvivalenciareláció

27. Részbenrendezés
  - (a) Részbenrendezés, maximális és minimális elem, legnagyobb és legkisebb elem
  - (b) Maximális, minimális, legnagyobb és legkisebb elemek kapcsolata
28. Hasse-diagramm
  - (a) Fedési reláció, Hasse-diagramm
  - (b) A részbenrendezés és a Hasse-diagramm kapcsolata, a 3-elemű halmaz részbenrendezései
29. Tranzitív lezárt
  - (a) Tranzitív lezárt fogalma
  - (b) A tranzitív lezárt előállítás (metszetként és irányított utakkal)
30. Műveleti tulajdonságok
  - (a) Kommutatív, asszociatív, egységelem, elem inverze, zéruselem, disztributivitás, idempotencia, elnyelő (abszorptív) tulajdonság
  - (b) Az egységelem, zéruselem és az inverz elem egyértelműsége
31. Csoportok definíciója
  - (a) Grupoid, félcsoport, monoid, csoport, elemek hatványa
  - (b) Szorzat inverze, hatványozásra vonatkozó tételek
32. Elemek rendje csoportban
  - (a) Elem rendje, additív és multiplikatív írásmód
  - (b)  $a^n = a^m$  feltétel jellemzése  $o(a)$  segítségével
33. Gyűrűk és testek
  - (a) Gyűrű, test definíciója
  - (b) Az additív egységelemre és a szorzat additív inverzére vonatkozó tételek,  $\mathbb{Z}_n$  mikor test
34. Hálószerűen rendezett halmazok
  - (a) Legkisebb felső korlát, legnagyobb alsó korlát, hálószerűen rendezett halmaz
  - (b) Minden hálószerűen rendezett halmazon definiálható egy háló
35. Hálók
  - (a) Háló definíciója
  - (b) Minden háló hálószerűen rendezhető