2. feladatsor – Permutációk

2.1. Feladat. Írjuk fel az alábbi S_7-beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként:

(a) $\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$;

(b) $\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 6 & 5 & 2 & 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$;

(c) $\gamma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 4 & 5 & 7 & 1 & 2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$.

2.2. Feladat. Adjuk meg a következő S_7-beli, páronként idegen ciklusok szorzataként előállított permutációkat kétsoros írásmódban:

(a) $\delta = (1\,3\,6)(2\,7\,5\,4)$;

(b) $\varepsilon = (1\,7)(2\,6)(3\,4\,5)$;

(c) $\eta = (1\,5\,4\,2\,7\,3)$.

2.3. Feladat. Az előző két feladatban bevezetett jelöléseket felhasználva adjuk meg az alábbi S_7-beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként:

(a) $\alpha\beta$; (b) $\beta\alpha$; (c) $(\beta\alpha)^{-1}$; (d) β^2; (e) β^{2013}; (f) α^8; (g) $\varepsilon\eta^{-1}\beta\gamma\delta^{-1}$.

2.4. Feladat. Adjuk meg a következő S_9-beli permutációkat páronként idegen ciklusok szorzataként:

(a) $\big((1\,2\,4)^5(1\,3\,4)\big)^{-4}$;

(b) $\big((1\,2\,4\,3)^{-6}(1\,5\,4)^{13}\big)^{-4}$;

(c) $\Big(((1\,3\,4\,6)(2\,5\,7\,9\,8))^{-1}\,((1\,7\,6)(2\,8\,4)(3\,9))^2\,(1\,3\,4\,6)(2\,5\,7\,9\,8)\Big)^{109}$;

(d) $\Big((1\,5\,4\,3\,7\,2)^9\,((2\,9\,3)(4\,5\,2\,7))^{120}\,(4\,8\,1)\Big)^{-1}$.

2.5. Feladat. Keressük meg azokat a $\sigma \in S_8$ permutációkat, amelyekre teljesülnek a következő összefüggések:

(a) $(1\,5\,3)\sigma(6\,2\,1)(4\,1\,3) = (3\,1\,5)$;

(b) $((1\,2\,3\,4)(7\,3\,8))^3\,\sigma(3\;4) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 5 & 6 & 4 & 3 & 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}^{-1}$.

(c) $(2\,4\,3\,6)^{14}\sigma(1\,2\,3\,5)^{-9} = (1\,4\,2\,3)^{12}$.

2.6. Feladat. Döntsük el, hogy az első két feladatban bevezetett $\alpha, \ldots, \eta \in S_7$ permutációk, valamint a segítségükkel megadott alábbi permutációk párosak vagy páratlanok:

(a) $\left(\eta^{-1}\delta^{112}\right)^{111}$; (b) $(\varepsilon\gamma\alpha)^{-1}\left(\beta^{-1}\delta\eta^9\right)^2$.

2.7. Feladat. Hány olyan $\sigma \in S_6$ permutáció van, amelyre

(a) $|M_\sigma| = 1$;

(b) $|M_\sigma| = 2$;

(c) $|M_\sigma| = 3$;

(d) $|M_\sigma| = 4$;

(e) $|M_\sigma| = 5$;

(f) $|M_\sigma| = 6$.