# 1. feladatsor – Komplex számok

**1.1. Feladat.** Kanonikus alakban számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét.

(a) $i^{2012}$; $i^{-18}$;

(b) $\overline{2+4i}$; $\overline{3-2i}$

(c) $(2+5i)(1-6i)$;

(d) $\frac{-2-i}{3+2i}$;

(e) $|1-3i|$;

(f) $\frac{\overline{(-2+3i)}(8+i)}{(-4-7i)(1-i)}$.

**1.2. Feladat.** Az alábbi kanonikus alakban adott komplex számokat írjuk át trigonometrikus alakba, és ábrázoljuk azokat a Gauss-féle számsíkon.

(a) $-4$;
(b) $2i$;
(c) $-8i$;
(d) $1-i$;
(e) $-3-\sqrt{3}i$;
(f) $2-2\sqrt{3}i$.

**1.3. Feladat.** Az alábbi trigonometrikus alakban adott komplex számokat írjuk át kanonikus alakba, és ábrázoljuk azokat a Gauss-féle számsíkon.

(a) $3(\cos\pi + i\sin\pi)$;
(b) $\sqrt{2}(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4})$;
(c) $\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}$.

**1.4. Feladat.** Trigonometrikus alakkal számolva határozzuk meg az alábbi műveletek eredményét.

(a) $(\sqrt{3}-i)(2+2\sqrt{3}i)$;
(b) $\frac{(1-i)}{-8i}$;
(c) $(-1-i)^{11}$;
(d) $(\sqrt{3}-i)^{67}$;
(e) $(-1+\sqrt{3}i)^{-8}$;
(f) $(1+i)^{1222}$.

**1.5. Feladat.** Adjuk meg trigonometrikus és kanonikus alakban a következő gyökvonások eredményét.

(a) $\sqrt[3]{-8i}$;
(b) $\sqrt[4]{-16}$;
(c) $\sqrt[3]{-8}$;
(d) $\sqrt[4]{-1-\sqrt{3}i}$.

**1.6. Feladat.** Az alábbi $z, w, m$ és $n$ számok esetén számoljuk ki a $\frac{z}{w}$ a és $w^m$ számok kanonikus alakját, valamint határozzuk meg $z$ $n$-ik gyökeit trigonometrikus alakban.

(a) $z = 1 - i\sqrt{3}$, $w = -2+2i$, $m = 4$, $n = 6$;

(b) $z = -1 + i\sqrt{3}, \quad w = 3 - 3i, \quad m = 4, \quad n = 6;$
(c) $z = \sqrt{3} + i, \quad w = -2 + 2i, \quad m = 6, \quad n = 5;$
(d) $z = 2 + 2i\sqrt{3}, \quad w = -1 + i, \quad m = 5, \quad n = 6.$

**1.7. Feladat.** Ábrázoljuk Gauss-számsíkon a
(a) harmadik;
(b) negyedik;
(c) hatodik;
(d) nyolcadik

egységgyököket, és állapítsuk meg, melyek közülük rendre a primitív harmadik, negyedik, hatodik, nyolcadik egységgyökök.

**1.8. Feladat.** Döntsük el a megadott $n$ pozitív egész és $z$ komplex szám esetén, hogy $n$-edik egységgyök-e $z$, és ha igen, akkor primitív $n$-edik egységgyök-e. Ha az utóbbi kérdésre igenlő a válasz, akkor állítsuk elő az összes $n$-edik egységgyököt $z$ „kis” nemnegatív egész kitevős hatványaként (pl. $z = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ primitív harmadik egységgyök, és $1 = z^0$, $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = z^2$, $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = z$).
(a) $n = 8,\ z = 1 - i;$
(b) $n = 8,\ z = -i;$
(c) $n = 6,\ z = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i;$
(d) $n = 10,\ z = \cos\dfrac{3\pi}{10} + i\sin\dfrac{3\pi}{10};$
(e) $n = 7,\ z = \cos\dfrac{8\pi}{7} + i\sin\dfrac{8\pi}{7}.$