FELADATOK A „KOMBINATORIKA" TÉMAKÖRHÖZ

6.1. Feladat. Adjon meg egy-egy hétköznapi példát, ahol az események számát

(a) ismétlés nélküli variációval,
(b) ismétléses variációval,
(c) ismétlés nélküli kombinációval,
(d) ismétléses kombinációval

lehet meghatározni.

6.2. Feladat. Hányféleképpen állíthatunk sorba 5 fekete, 3 piros és 4 zöld golyót?

6.3. Feladat. Hányféleképpen helyezhetünk el nyolc embert három szobában, ha a szobák egy, kettő és öt személyesek?

6.4. Feladat. Öt diák vizsgázik. Hányféle eredménye lehet a vizsgának, ha tudjuk, hogy egy diák sem bukott meg, és a vizsgaértékelés ötfokozatú?

6.5. Feladat. Egy étteremben 4 munkatárs ebédel. Az étlapon 20 különböző étel van felsorolva. Hányféleképpen rendelhetnek, ha mindenki pontosan egy ételt rendel?

6.6. Feladat. A Mikulás négy gyereknek fejenként egy gyümölcsöt szeretne adni. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha a puttonyában háromféle gyümölcs van: narancs, mandarin és alma, és mindegyikből elegendő mennyiségű? (Az azonos fajta gyümölcsöket nem tekintjük különbözőnek.)

6.7. Feladat. Egy 6 fős röplabda csapatban egy feladót és egy ütőjátékost választanak. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha egy ember nem lehet egyszerre feladó és ütő is?

6.8. Feladat. Egy bizottságnak 7 tagja van, elnököt és elnökhelyettest választanak. Hányféleképpen lehet ezt megtenni, ha a tagok egyike sem vállalhat egynél több feladatot?

6.9. Feladat. A Mikulásnak tíz rénszarvasa van, melyekből három fogatot kellene összeállítania, hogy három irányba indulhassanak az ajándékokkal. Hány különböző módon teheti ezt meg, ha az első szánkó elé 2, a második elé 3, a harmadik elé pedig 5 rénszarvast kell befognia?

Typeset by $\mathcal{AMS}$-TEX

6.10. Feladat. Egy üzletben ötféle szaloncukrot lehet kapni: kókuszos, vajkaramellás, zselés, gumicukros és marcipános ízűt. Hányféleképpen lehet tíz szaloncukrot vásárolni, ha minden szaloncukorból van legalább tíz?

6.11. Feladat. Hányféleképpen választhatunk 30 darabot 100, 200 és 500 forintos bankjegyekből, ha feltételezzük, hogy mindegyikből van legalább 30 darab?

6.12. Feladat. Egy futballcsapatban 1 kapus, 3 hátvéd, 5 középpályás és 2 csatár van. A 15-tagú keret felhasználásával hányféle összeállítást hirdethet a kapitány, ha minden játékos minden poszton játszhat?

6.13. Feladat. Egy turistacsoport egy város 20 nevezetességét szeretné meglátogatni 4 nap alatt. Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha 1 nap alatt akár az összes nevezetesség megtekinthető, és számít az, hogy egy adott napon milyen sorrendben tekintik meg a látnivalókat?

6.14. Feladat. Összesen 15 különböző csomagot kell házhoz vitetnünk 4 kézbesítővel. Hányféleképpen osztható szét a munka, ha egy kézbesítő akár 15 csomagot is elbír?

6.15. Feladat. Hányféleképpen helyezhetünk el 15 különböző könyvet egy 7-polcos szekrényben, ha bármelyik polcon elfér mind a 15 könyv?

6.16. Feladat. Egy 30 fős osztályban 16 lány és 14 fiú van. Az osztályfőnök 8 lányt és legalább 13 fiút szeretne elküldeni egy tornaversenyre. Hányféleképpen teheti ezt meg, ha csak az számít, hogy kik mennek a tornaversenyre?

6.17. Feladat. Hat óvodás és öt iskolás gyerek közül szeretnénk úgy kiválasztani négy gyereket, hogy legalább két óvodás legyen közöttük. Hányféleképpen tehetjük ezt meg?

6.18. Feladat. Az ajándékboltban ötféle mesekönyv, ötféle csokoládé és ötféle játék kapható. Hányféleképpen vásárolhat egy szülő gyermekének 4 különböző ajándékot úgy, hogy pontosan 2 mesekönyv legyenköztük?

6.19. Feladat.

(a) Hányféleképpen húzhatunk ki egy csomag francia kártyából négy olyan lapot, amelyek közül pontosan két lap színe megegyezik?

(b) Hányféleképpen húzhatunk ki négy olyan lapot, amelyek között pontosan két szín fordul elő?

6.20. Feladat. Húsz láda áruból 15 láda első osztályú, a többi másodosztályú. Hányféleképpen választhatunk ki 5 ládát úgy, hogy legfeljebb 2 másodosztályú legyen köztük?

6.21. Feladat. Egy kollégiumi szobában három diák lakik. Öt tányérjuk, hat villájuk és hét késük van (természetesen mind különböző). Hányféleképpen teríthetnek meg maguknak, ha mindannyian egy-egy tányért, villát és kést kapnak?

6.22. Feladat. A Mikulásnak 18 db ajándék maradt a puttonyában: 8 db különböző csokoládé, 6 db különböző szaloncukor és 4 db különböző gyümölcs. Hányféleképpen tud összeállítani 3 mikuláscsomagot, ha mindegyikbe egy-egy csokoládét, szaloncukrot és gyümölcsöt szeretne rakni?

6.23. Feladat. Hányféleképpen festhetünk ki n szobát 3-féle színnel, ha minden színt legalább egyszer felhasználunk?

6.24. Feladat. Az ötös lottón 90 számból 5 számot húznak ki. Hányféle 3-találatos szelvény lehetséges? (Egy szelvényen 1-től 90-ig szerepelnek a számok, melyek közül a fogadó ötöt jelöl meg.)

6.25. Feladat. Hányféleképpen választható ki 4 lap a 32-lapos magyar kártyából úgy, hogy a kiválasztott lapok közül legalább az egyik ász vagy király legyen? (A magyar kártyában négyféle szín és színenként nyolcféle lap van: hetes, nyolcas, kilences, tízes, alsó, fölső, király és ász.)

6.26. Feladat. Hányféleképpen ültetheti le Hófehérke a hét törpét egy padra úgy, hogy Tudor és Morgó ne üljön egymás mellett?

6.27. Feladat. Az a, b, c, d, e, f betűk permutációi között hány olyan van, amelyben az a, b, c betűk nem egymás mellett állnak? (Bármely kettő állhat egymás mellett, de mind a három már nem!)

6.28. Feladat. Hányféleképpen lehet 5 (egyforma) fehér és 6 (egyforma) zöld golyót úgy sorbarendezni, hogy két fehér ne kerüljön egymás mellé?

6.29. Feladat. Hányféleképpen lehet 8 (egyforma) piros, 5 (egyforma) fehér és 6 (egyforma) zöld golyót úgy sorbarendezni, hogy két piros ne kerüljön egymás mellé?

6.30. Feladat. Hányféle olyan „szó” képezhető a *kombinatorika* szó betűiből, melyben nem áll egymás mellett két

(a) mássalhangzó,
(b) magánhangzó?

6.31. Feladat. Van 2 sárga, 3 fehér és 1 lila golyónk. Hányféleképpen állíthatunk össze ezekből egy 5 golyóból álló sorozatot?

6.32. Feladat. Hányféle sorrendben haladhat át a forgóajtón egy 8 házaspárból álló társaság, ha a házastársak közvetlenül egymás után mennek?

6.33. Feladat. Öt házaspár foglal helyet egy kerek asztalnál. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni? (Két elhelyezkedést akkor és csak akkor tekintünk azonosnak, ha mindenkinek ugyanaz a bal-, illetve jobboldali szomszédja.)

6.34. Feladat. Öt házaspár foglal helyet egy kör alakú asztalnál. Hányféleképpen helyezkedhetnek el, ha a házastársak egymás mellett akarnak ülni, de sem két férfi, sem két nő nem ülhet egymás mellé.

6.35. Feladat. Hány olyan 3-mal osztható nyolcjegyű szám van, amely csak 1-es és 2-es számjegyekből áll?

6.36. Feladat. Hány olyan legalább kétjegyű természetes szám van, amelyben a számjegyek szigorúan csökkenő sorrendben követik egymást?

6.37. Feladat. Egy szórakozóhelyen 18 férfi és 13 nő van. Hányféleképpen alakíthatnak 6 táncospárt, ha a párok tagjai különböző neműek?

6.38. Feladat. Mi lesz x^{18} együtthatója az $(1+x^3-x^4)^{12}$ polinomban a hatványozás elvégzése és a rendezés után?

6.39. Feladat. Határozza meg a következő összeget (hozza zárt alakra):

$$\binom{n}{0}+3\binom{n}{1}+5\binom{n}{2}+\ldots+(2n+1)\binom{n}{n}.$$

6.40. Feladat. Határozza meg a következő összeget (hozza zárt alakra):

$$\frac{\binom{n}{0}}{1}-\frac{\binom{n}{1}}{2}+\frac{\binom{n}{2}}{3}+\ldots+(-1)^n\frac{\binom{n}{n}}{n+1}.$$

6.41. Feladat. Mutassuk meg, hogy

$$\left[\binom{n+1}{r+1}-\binom{n}{r}\right]\binom{n-1}{r-1}=r\left[\binom{n}{r}^2-\binom{n+1}{r+1}\binom{n-1}{r-1}\right].$$

6.42. Feladat. Hét barátom van. Egy héten keresztül minden nap úgy akarok közülük meghívni hármat, hogy ne legyen két napon azonos társaság, de senkit se hívjak meg minden nap. Hányféleképpen tehetem ezt meg?