

**AZ**  
**Absztrakt algebra**  
**TÁRGYBAN SZÜKSÉGES**

**LEGFONTOSABB PÉLDÁK**

$\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}, \mathbb{Z}_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) — csoportok körében: az (összes) egész, racionális, valós, komplex számok, illetve a modulo  $n$  maradékosztályok additív csoportja; gyűrűk körében: az egész számok gyűrűje, a racionális, valós, komplex számok teste, illetve a modulo  $n$  maradékosztály-gyűrű

$\mathbb{Q}^*, \mathbb{R}^*, \mathbb{C}^*, R_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) — a 0-tól különböző racionális, valós, komplex számok, illetve a modulo  $n$  redukált maradékosztályok multiplikatív csoportja

$\mathbb{Q}^+, \mathbb{R}^+$  — a pozitív racionális, illetve valós számok multiplikatív csoportja

$E$  — az 1 abszolút értékű komplex számok multiplikatív csoportja

$S_X, S_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) — az  $X$  halmaz összes, illetve az  $\{1, 2, \dots, n\}$  halmaz összes permutációinak halmaza a szokásos leképezésszorzással; nevük: szimmetrikus csoport az  $X$  halmazon, illetve  $n$ -edfokú szimmetrikus csoport

$D_n$  ( $n \in \mathbb{N}, n \geq 3$ ) — a szabályos  $n$ -szög szimetriáinak halmaza (azaz a sík összes olyan egybevágósági transzformációinak halmaza, mely a szabályos  $n$ -szöget önmagába viszi) a szokásos leképezésszorzással; neve:  $n$ -edfokú diéder-csoport

$Q$  — kvaterniócsoport

$GL(V), GL(K, n)$  ( $n \in \mathbb{N}, K$  test,  $V$   $n$ -dimenziós vektortér  $K$  felett) — a  $V$  vektortér összes bijektív lineáris transzformációinak csoportja, illetve az összes  $K$  test feletti  $n \times n$ -es nemelfajuló mátrixok multiplikatív csoportja; nevük: általános lineáris csoport

$SL(V), SL(K, n)$  ( $n \in \mathbb{N}, K$  test,  $V$   $n$ -dimenziós vektortér  $K$  felett) — a  $V$  vektortér összes 1 determinánsú lineáris transzformációinak csoportja, illetve az összes  $K$  test feletti  $n \times n$ -es 1 determinánsú mátrixok multiplikatív csoportja; nevük: speciális lineáris csoport

$R[x], R[x, y], R[x_1, \dots, x_n]$  ( $R$  gyűrű) — az  $R$  gyűrű fölötti egy-, két-, illetve  $n$ -határozatlanú polinomgyűrű

$\mathbb{Z}[i]$  — a Gauss-egészek gyűrűje (integritástartomány)

$\mathbb{Z}[\omega]$  ( $\omega$  valamely  $\mathbb{Z}[x]$ -beli másodfokú főpolinom  $\mathbb{C}$ -beli gyöke) — az  $\{a + b\omega \in \mathbb{C} : a, b \in \mathbb{Z}\}$  gyűrű (integritástartomány) a  $\mathbb{C}$ -beli szokásos összeadásra és szorzásra nézve

$R^{n \times n}$  ( $R$  gyűrű) — az  $R$  gyűrű fölötti  $n \times n$ -es teljes mátrixgyűrű

$\langle d \rangle$  ( $d \in D, D$  integritástartomány) — a  $d$  elem által generált főideál  $D$ -ben, azaz a  $d$  elem összes többszöröseinek halmaza  $D$ -ben

$K(x), K(x, y), K(x_1, \dots, x_n)$  ( $K$  test) — a  $K$  test fölötti egy-, két-, illetve  $n$ -határozatlanú racionális törtek teste, azaz a  $K[x], K[x, y]$ , illetve  $K[x_1, \dots, x_n]$  polinomgyűrű hányadosteste

## KORÁBBAN TANULT ISMERETKÖRÖK

A számelmélet alaptétele és következményei, maradékos osztás az egész számok körében, a lineáris diofantoszi egyenletek megoldása; a  $\text{mod } n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) kongruencia fogalma és tulajdonságai, a lineáris kongruenciák megoldása, a kínai maradéktétel; az Euler-féle  $\varphi$  függvény fogalma és tulajdonságai, Euler és Fermat tétele. Egész szám rendje  $\text{mod } p$  ( $p$  prímszám). A primitív gyök fogalma és tulajdonságai. Tetszőleges  $p$  prímszám esetén létezik primitív gyök  $\text{mod } p$ .

A lineáris algebra alapfogalmai (vektortér, lineáris függőség és függetlenség, bázis, dimenzió, elemi átalakítás, rang, mátrix, determináns, stb.) és összefüggései, a lineáris transzformáció fogalma, lineáris transzformáció mátrixa adott bázisban, lineáris transzformáció rangja és determinánisa; nemelfajuló mátrix, mátrixszorzás és mátrix inverze; műveletek lineáris transzformációkon, kapcsolatuk a mátrixműveletekkel.

Az integritástartomány fogalma. Oszthatóság, legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös, irreducibilis és prímelem integritástartományokban. Oszthatóság és főideál. Egyértelmű irreducibilis faktorizáció integritástartományokban. Euklideszi gyűrű, főideálgűrű. Integritástartomány hányadosteste. Az (egyhatározatlanú) polinom, illetve polinomgyűrű fogalma. Minden test fölötti polinomgyűrű euklideszi. Polinomfüggvény, polinom zérushelye. Többszörös zérushely. A klasszikus algebra alaptétele. Irreducibilis polinomok  $\mathbb{C}$ , illetve  $\mathbb{R}$  fölött, gyöktényezős, illetve irreducibilis hatványtényezős alak. Racionális, illetve egész együtthatós polinomok racionális gyökei, a Schönemann-Eisenstein-tétel. A többhatározatlanú polinomgyűrű. Az egy-, illetve többhatározatlanú racionális törtek teste.

## AJÁNLOTT IRODALOM

- B. Szendrei Mária, Czédli Gábor, Szendrei Ágnes: Absztrakt algebrai feladatok, Polygon, 2005.
- Csákány Béla: Algebra (JATE jegyzet), Tankönyvkiadó, 1980.
- Fagyejev, D. K., Szominszkij, I. Sz.: Felsőfokú algebrai feladatok, Typotex, 2000.
- Freud Róbert: Lineáris algebra, ELTE Eötvös Kiadó, 1998.
- Freud Róbert, Gyarmati Edit: Számelmélet, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2000.
- Gyarmati Edit, Turán Pál: Számelmélet (ELTE jegyzet), Tankönyvkiadó, 1975.
- Kiss Emil: Bevezetés az algebrába, Typotex, 2007.
- Megyesi László: Bevezetés a számelméletbe, Polygon, 1997.
- Sárközy András, Surányi János: Számelmélet feladatgyűjtemény (ELTE jegyzet), Tankönyvkiadó, 1977.
- Szabó László: Bevezetés a lineáris algebrába, Polygon, 2006.