

## 4. Gyakorlat

### Alap feladatok

**1. Feladat.** Adjuk meg a sík alábbi lineáris transzformációinak mátrixát a standard bázisban.

- (1) origóra való középpontos tükrözés,
- (2) az  $x$  tengelyre való tengelyes tükrözés,
- (3) az  $y$  tengelyre való merőleges vetítés,
- (4) az origó körüli  $\frac{\pi}{2}$  szöggel való forgatás,
- (5) az origó körüli  $\frac{\pi}{3}$  szöggel való forgatás,
- (6) az  $y = 2x$  egyenesre való tengelyes tükrözés,
- (7) az  $y = -1.5x$  egyenesre való merőleges vetítés.

**2. Feladat.** Adjuk meg a  $\varphi$  lineáris leképezés mátrixát a megadott bázisokban.

- (1)  $\varphi: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$  a tér pontjainak merőleges vetítése az  $x, y$  tengelyek által kifeszített síkra,  
 $((1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)), ((1, 0), (0, 1)),$
- (2)  $\varphi: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^2$ ,  $(x_1, x_2, x_3)\varphi = (x_1 - x_2 + 3x_3, x_1 + x_2 + x_3),$   
 $((1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)), ((1, 0), (0, 1)),$
- (3)  $\varphi: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^3$ ,  $(x_1, x_2)\varphi = (x_1 - 2x_2, x_1 + x_2, 2x_2),$   
 $((1, 0), (0, 1)), ((1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)),$
- (4)  $\varphi: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^4$ ,  $(x_1, x_2, x_3)\varphi = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, x_3, 2x_1),$   
 $((1, 1, 2), (-1, 1, 0), (1, 1, 1)), ((1, 1, -1, 1), (-1, 1, 0, 1), (1, -1, 1, 1), (0, 1, 0, 1)).$

**3. Feladat.** Adjuk meg a bázisáttérés mátrixát a  $V$  vektortér alábbi bázisai között (mindkét irányban).

- (1)  $V = \mathbf{Z}_5^3$ ,  $((\bar{1}, \bar{0}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{1}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{0}, \bar{1})), ((\bar{1}, \bar{2}, \bar{0}), (\bar{0}, \bar{3}, \bar{4}), (\bar{0}, \bar{0}, \bar{3})),$
- (2)  $V = \mathbf{R}^3$ ,  $((1, 0, -1), (1, 1, 1), (1, 2, 1)), ((1, 1, 1), (-1, 1, 0), (0, 1, 1)).$

### Nehezebb feladatok

**4. Feladat.** Hány  $\mathbf{Z}_3^2 \rightarrow \mathbf{Z}_3^3$  lineáris leképezés van?

**5. Feladat.** Adjuk meg annak a  $\varphi: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  lineáris transzformációnak a hozzárendelési szabályát, amelyre

$$(1, 0, 0)\varphi = (1, -1, 2), (1, 1, 0)\varphi = (1, 1, -2), (1, 1, 1)\varphi = (-1, 0, 1)$$