Elemi matematika 1. - MTN224g
FELADATOK SZÁMRENDSZEREKRE

1. Feladat. Melyik az a tízes számrendszerbeli kétjegyű pozitív egész szám, amely a 8-as, a 4-es, és a 2-es számrendszerben is csupa egyforma számjeggyel írható fel?

« KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY, 7. ÉVFOLYAM, DÖNTŐ, 4. FELADAT. »

2. Feladat. Igazoljuk, hogy a 2-es számrendszerben minden pozitív szám boldog. (Egy pozitív egész szám boldog, ha kiszámítva számjegyeinek négyzetösszegét, majd ezt az így kapott számmal szükség szerint addig ismételve ezt, amíg egyjegyű számot nem kapunk, akkor az eredmény 1 lesz.)

3. Feladat. Keressük meg az összes olyan négyzetszámot, amely a kettes számrendszerben felírva csupa 1-es számjegyből áll.

« KöMaL C 418. »

4. Feladat. A gondolt egy számot 1 és 2019 között. B 30 kérdést tehet fel, melyekre A igennel vagy nemmel felelhet úgy, hogy egyszer hazudhat is. Kitalálhatja-e B a gondolt számot?

5. Feladat. Van-e olyan n alapú számrendszer, amelyben

(a) $275_n | 572_n$,
(b) $371_n \cdot 11_n = 4181_n$?

« KÖZÉPISKOLÁSOK HAJDÚ-BIHAR MEGYEI MATEMATIKA VERSENYE, 1976., 10.OSZTÁLY, 1. FELADAT, KÖZÉPISKOLÁSOK HAJDÚ-BIHAR MEGYEI MATEMATIKA VERSENYE, 1979., 9.OSZTÁLY, 3. FELADAT »

6. Feladat. Állapítsuk meg, hogy a 20! hatos számrendszerben felírt alakja hány nullára végződik.

7. Feladat. Milyen számjegyeket írhatunk a hiányzóak helyére, hogy az ötös számrendszerben felírt $1 * *3*$ szám osztható legyen 20-szal?

8. Feladat. Valamilyen számrendszerben felírva egy 100 fős osztályba 32 lány és 24 fiú jár. Mekkora az osztálylétszám tízes számrendszerben?

9. Feladat. Peti észrevette, hogy a 7-et 3-mal szorozva, épp a 7 3-as számrendszerbeli alakját kapja. Elkezdett ilyen kétjegyű számokat keresni. Hányat talált, ha mindet megtalálta?

10. Feladat. Igazoljuk, hogy 6-os számrendszerben

(a) egy szám pontosan akkor osztható 2-vel, illetve 3-mal, ha az utolsó jegye osztható 2-vel illetve 3-mal,
(b) egy szám pontosan akkor osztható 4-gyel, ha az utolsó két jegyéből álló szám osztható 4-gyel,
(c) a nem 3-ra végződő páratlan számoknak mindig van olyan többszörösük amely csupa 5-ös számjegyből áll.

Általánosítsunk, keressünk oszthatósági szabályokat más számrendszerekben is!

11. Feladat. Igazoljuk, hogy az n alapú számrendszerben egy szám pontosan akkor osztható $n-1$-gyel (illetve annak egynél nagyobb osztóival), ha a számjegyek összege osztható $n-1$-gyel (illetve annak egynél nagyobb osztóival).

12. Feladat. A „negadecimális” számrendszer olyan számrendszer, aminek helyi értékei a 10 hatványai, de váltakozó előjellel, azaz a tízes számrendszer 1, 10, 100, 1000 stb. helyi értékei helyett 1, -10, 100, -1000 stb. Például

$325_{-10} = 3 \cdot 100 + 2 \cdot (-10) + 5?1 = 300?20 + 5 = 28510$. Írjuk fel a 2016-ot negadecimális számrendszerben.

«KöMaL K519»

13. Feladat. Határozzuk meg, hogy mely $n > 3$ esetén igaz az n alapú számrendszerben a következő állítás: pontosan akkor osztható egy szám 3-mal, ha számjegyeinek összege osztható 3-mal.

14. Feladat. Igazoljuk, hogy tetszőleges számrendszerben az alapot megelőző szám kétszerese és négyzete ugyanazokkal a jegyekkel írható, csak más sorrendben.

15. Feladat. Gondolj egy 31-nél nem nagyobb számra. Mondd meg, hogy mely sorszámú kártyákon szerepel és én kitalálom, hogy melyik számra gondoltál. Hogyan csinálom?

1	3	5	7
9	11	13	15
17	18	21	23
25	27	29	31

1

2	3	6	7
10	11	14	15
18	19	22	23
26	27	30	31

2

4	5	6	7
12	13	14	15
20	21	22	23
28	29	30	31

3

16	17	18	19
20	21	22	23
24	25	26	27
28	29	30	31

4

8	9	10	11
12	13	14	15
24	25	26	27
28	29	30	31

5

16. Feladat. Oldjuk meg az alábbi egyenletet. $(\overline{ab_n})^2 = \overline{abab_n}$

17. Feladat. Igazoljuk, hogy ha $n > 6$, akkor 14641_n négyzetszám.

18. Feladat. Igazoljuk, hogy 1331_n $(n \geq 4)$ köbszám.

19. Feladat. Mikor lesz 1331_n $(n \geq 4)$ négyzetszám?

20. Feladat. Igazoljuk, hogy

(a) 121_n
(b) 10201_n
(c) 10101_n sosem prím.

21. Feladat. Igazoljuk, hogy minden 3-as számrendszerbeli számnak van olyan többszöröse amelyben

(a) az 2
(b) a 1

nem szerepel.

(c) Igazoljuk, hogy ez a 0 esetén nem igaz.

22. Feladat. Határozzuk meg azt a háromjegyű számot, melyet a 7-es és 9-es számrendszerben is ugyanazokkal a számjegyekkel írunk le, csak fordított sorrendben.

23. Feladat. I. Kázmér halála után II. Kázmér betiltotta az 1-et, ezért a birodalmában ezentúl így számoltak: $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 20, 22, 23, \ldots$ Hogyan írják a 2004-et?

24. Feladat. Melyik az a szám, amelynek az n-alapú számrendszerben felírt alakja 503, az $(n + 2)$-alapú számrendszerben pedig 305?

25. Feladat. Milyen számjegyet írhatunk $*$ helyébe, hogy $2456*_8$ osztható legyen 4-gyel és 7-tel?

26. Feladat. Határozzuk meg a számrendszer x alapját, ha teljesül az alábbi egyenlet:

$$2016_x = x^3 + 2x + 342.$$

«KöMaL C1387, Matlap-Kolozsvár»

27. Feladat. Van-e olyan számrendszer, amelyben a 9-cel való oszthatóság szabálya olyan, mint a tízes számrendszerben a 4-gyel való oszthatósági szabály; a 4-gyel való oszthatóság szabálya olyan, mint a tízes számrendszerben a 9-cel való oszthatósági szabály; a 7-tel való oszthatóság pedig pusztán az utolsó számjegy alapján eldönthető?

«KöMaL B4022»