Kahoot

Az előző előadáson tecnikai problémák miatt elmaradt a Kahoot, így most pótoltuk.

Igaz vagy Hamis?

- Tekintsük az $AX = B$ mátrixegyenletet, ahol A (3×2)-es, B (3×3)-as mátrix. Ekkor X, ha létezik, (2×3)-as mátrix.

Igaz.

- Van olyan négyzetes mátrix, amelynek nincs inverze.

Igaz, ha a mátrix deteminánsa 0, akkor nincs inverze.

Feleletválasztás

A négy válasz közül pontosan egy helyes.

Tetszőleges $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invertálható mátrix esetén igaz, hogy ...

(a) $A^2A^3 \neq A^5$.

(b) A^T nem invertálható.

(c) AB is invertálható, bármely B mátrixra.

(d) $|A| \neq 0$.

Feleletválasztás

A négy válasz közül pontosan egy helyes.

Tetszőleges $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ invertálható mátrix esetén igaz, hogy ...

(a) $A^2A^3 \neq A^5$.

(b) A^T nem invertálható.

(c) AB is invertálható, bármely B mátrixra.

(d) $|A| \neq 0$.

A (d) állítás az igaz. Mivel az A négyzetes mátrixnak pontosan akkor létezik inverze, ha a determinánsa nem 0.

6. Előadás

A Leontief-féle Input/Output modell

Példa.

Tegyük fel, hogy egy gazdaság 3 fő ágazatból áll: mezőgazdaság, ipar és szállítás. Az egyes ágazatok 1 egységnyi termék előállításához mindhárom ágazat termékeit felhasználják:

	Egységnyi termékre eső felhasználás		
	Mezőgazdaság	Ipar	Szállítás
Mezőgazdaság	0.30	0.30	0.20
Ipar	0.20	0.10	0.20
Szállítás	0.00	0.20	0.20

amelynek oszlopai megmutatják, hogy 1 egységnyi termék előállításához mennyi termékre van szükség az egyes ágazatoktól.

Példa.

A fenti gazdaság ráfordítási mátrixa:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} M & I & Sz \end{array} \\ \begin{array}{c} M \\ I \\ Sz \end{array} & \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.0 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix} \end{array},$$

amelynek oszlopai megmutatják, hogy 1 egységnyi termék előállításához mennyi termékre van szükség az egyes ágazatoktól.

Definíció (Ráfordítási mátrix).

Egy gazdaság egyes ágazatai közötti kapcsolatokat leíró mátrixot a gazdaság **ráfordítási mátrixnak** hívjuk. A ráfordítási mátrix oszlopai mutatják, hogy 1 egységnyi termék előállításához mennyi termékre van szükség az egyes ágazatoktól.

Row, or column, that is the question.

Amennyiben a sorok mutatják, hogy az egyes ágazatoknak mennyi nyersanyagra van szüksége, akkor mindent transzponálni kell.

Mindig tisztában kell lenni azzal,
hogy sorokban vagy oszlopokban gondolkodunk!

A ráfordítási mátrix használata

$$\begin{array}{c} \\ M \\ I \\ Sz \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} M & I & Sz \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.0 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Ha 1 egységnyi M, 3 egységnyi I és 2 egységnyi Sz terméket szeretnénk legyártani, akkor mennyi termékre van szükség? Például az M termékből

$$1 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.2 = 1.7$$

egységnyi szükséges, azonban ezen termékeket is elő kell állítani, és ahhoz szintén valamennyi terméket fel kell használni, stb.

Nettó és bruttó kibocsátás

Definíció (Nettó kibocsátás).

Az a termékmennyiség, amelyet az adott gazdaságnak elő kell állítania (felfogható megrendelésként).

Definíció ((Nettó kibocsátáshoz tartozó) bruttó kibocsátás).

Az a termékmennyiség, amelyet a gazdaságnak ÖSSZESEN elő kell állítania ahhoz, hogy a nettó kibocsátást elő tudja állítani.

Hogyan lehet meghatározni a bruttó kibocsátást?

A Leontief-féle Input/Output modell

Legyen G olyan gazdaság, amely n darab ágazatot foglal magában és ráfordításai mátrixa $C \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Ekkor

$$\underbrace{\mathbf{x}}_{\text{bruttó kibocsátás}} = \underbrace{C\mathbf{x}}_{\text{közbülső kibocsátás}} + \underbrace{\mathbf{d}}_{\text{nettó kibocsátás}},$$

ahol $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$ és $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_n \end{pmatrix}$.

A Leontief-féle Input/Output modell

Mivel $\mathbf{x} = E_n\mathbf{x}$, ezért

$$\begin{aligned}
\mathbf{x} = C\mathbf{x} + \mathbf{d} &\Longleftrightarrow E_n\mathbf{x} = C\mathbf{x} + \mathbf{d} \\
&\Longleftrightarrow E_n\mathbf{x} - C\mathbf{x} = \mathbf{d} \\
&\Longleftrightarrow (E_n - C)\mathbf{x} = \mathbf{d} \\
&\Longleftrightarrow \mathbf{x} = (E_n - C)^{-1}\mathbf{d},
\end{aligned}$$

ha $E_n - C$ invertálható.

Definíció (Leontief-inverz).

Legyen $C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ tetszőleges mátrix. Az $E_n - C$ mátrix inverzét, amennyiben létezik, a C mátrix **Leontief-inverzének** nevezzük.

Tétel.

Legyen C egy gazdaság ráfordítási mátrixa, $\mathbf{d}$ a nettó kibocsátás vektora. Ha C és $\mathbf{d}$ minden komponense nemnegatív, valamint ha a C mátrixnak létezik a Leontief-inverze, az $\mathbf{x}$ **bruttó kibocsátás**:

$$\mathbf{x} = (E - C)^{-1}\mathbf{d}$$

(oszlop)vektor minden komponense nemnegatív és $\mathbf{x}$ az egyetlen megoldása az $\mathbf{x} = C\mathbf{x} + \mathbf{d}$ egyenletnek.

	Elérendő kibocsátás	Szükséges termékm.
1. kör	$\mathbf{d}$	$C\mathbf{d}$
2. kör	$C\mathbf{d}$	$C(C\mathbf{d}) = C^2\mathbf{d}$
3. kör	$C^2\mathbf{d}$	$C(C^2\mathbf{d}) = C^3\mathbf{d}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

Ekkor az $\mathbf{x}$ bruttó kibocsátás:

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= \mathbf{d} + C\mathbf{d} + C^2\mathbf{d} + \dots \\ &= (E + C + C^2 + \dots)\mathbf{d}.\end{aligned}$$

Mivel

$$(E - C)(E + C + C^2 + \cdots + C^m) = E - C^{m+1},$$

ezért

$$(E - C)^{-1} \approx E + C + \cdots + C^{m+1}.$$

Tekintsük a Példában látott gazdaságot, amelynek ráfordítási mátrixa:
$C = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.0 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$. Ekkor C-nek létezik Leontief-inverze

$$(E-C)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.7 & -0.3 & -0.2 \\ -0.2 & 0.9 & -0.2 \\ 0.0 & -0.2 & 0.8 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1.62 & 0.67 & 0.57 \\ 0.38 & 1.33 & 0.43 \\ 0.10 & 0.33 & 1.36 \end{pmatrix}.$$

Az $E + C + \cdots + C^m$ $(m = 1, 2, 4, 8)$ mátrixok rendre az alábbiak:

$$\begin{pmatrix} 1.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 1.1 & 0.2 \\ 0.0 & 0.2 & 1.2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1.45 & 0.46 & 0.36 \\ 0.28 & 1.21 & 0.30 \\ 0.04 & 0.26 & 1.28 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1.57 & 0.60 & 0.51 \\ 0.35 & 1.23 & 0.39 \\ 0.08 & 0.31 & 1.33 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1.61 & 0.66 & 0.57 \\ 0.38 & 1.33 & 0.43 \\ 0.09 & 0.33 & 1.36 \end{pmatrix}.$$

Bruttó kibocsátás kiszámítása

Tekintsük a Példában látott gazdaságot, amelynek ráfordítási mátrixa:
$C = \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.2 \\ 0.0 & 0.2 & 0.2 \end{pmatrix}$, és $(E - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.62 & 0.67 & 0.57 \\ 0.38 & 1.33 & 0.43 \\ 0.10 & 0.33 & 1.36 \end{pmatrix}$.
Ha 1 egységnyi M, 3 egységnyi I és 2 egységnyi Sz terméket szeretnénk legyártani, akkor a nettó kibocsátás a $\mathbf{d}^T = (1, 3, 2)$ vektorral adható meg. Határozzuk meg a bruttó kibocsátást:

$$\mathbf{x} = (E - C)^{-1}\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 1.62 & 0.67 & 0.57 \\ 0.38 & 1.33 & 0.43 \\ 0.10 & 0.33 & 1.36 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1.62 + 2.01 + 1.14 \\ 0.38 + 3.99 + 0.86 \\ 0.10 + 0.99 + 2.72 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.77 \\ 5.23 \\ 3.81 \end{pmatrix}.$$

Működőképes gazdaság

Ha egy „zárt" gazdaság ráfordítási mátrixának Leontief-inverze tartalmaz negatív elemet, akkor a gazdaság nem működőképes: adott termékmennyiség előállításához összességében végtelen sok terméket fogyasztana el.

Ha egy gazdaság ráfordítási mátrixa

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 0.7 & 0.3 \\ 1.1 & 0.1 & 1.2 \\ 1.2 & 1.2 & 0.1 \end{pmatrix},$$

akkor a gazdaság nem működőképes, hiszen ...

Példa.

Legyen egy gazdaság ráfordítási mátrixa

$$C = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.4 & 0.1 \\ 0.1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{pmatrix}.$$

Határozzuk meg a $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}^T$ nettó kibocsátáshoz tartozó összkibocsátást.

A C mátrix Leontief-inverze:

$$(E - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 0.6 & -0.4 & -0.1 \\ -0.1 & 0.7 & -0.6 \\ -0.2 & -0.2 & 0.4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 10. & 11.25 & 19.375 \\ 10. & 13.75 & 23.125 \\ 10. & 12.5 & 23.75 \end{pmatrix}.$$

Így a bruttó kibocsátás vektora:

$$(E - C)^{-1}\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 10. & 11.25 & 19.375 \\ 10. & 13.75 & 23.125 \\ 10. & 12.5 & 23.75 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40.625 \\ 46.875 \\ 46.25 \end{pmatrix}.$$

Néhány kérdés a ráfordítási mátrixszal kapcsolatban

- Adott termékmennyiség előállítása során mennyi terméket kell legyártani?
- „Működőképes-e” a gazdaság?
- Ha az árak ismertek, hogy lehet meghatározni az egyes ágazatok profitját?
- Milyen árak mellett lehet az összprofitot maximalizálni?
- Milyen egyensúlyi helyzetei vannak a gazdaságnak?

Példa.

Működőképes-e az a gazdaság, amelynek ráfordítási mátrixa:

$$C = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.18 \end{pmatrix}?$$

Tétel.

Ha a ráfordítási mátrix Leontief-inverze létezik és valamelyik eleme negatív, akkor a gazdaság nem működőképes.

$$(E - C)^{-1} = \begin{pmatrix} -295.71 & -320 & -264.29 \\ -232.86 & -250 & -207.14 \\ -185.71 & -200 & -164.29 \end{pmatrix}$$

A gazdaság nem működőképes.

Változtassuk meg egy kicsit a ráfordítási mátrixot és vizsgáljuk, hogy mennyire változik a végeredmény (ez az úgynevezett érzékenység-vizsgálat). Esetünkben a helyzet menthető. Legyen

$$C' = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & \color{red}{0.17391} \end{pmatrix} \quad \left[C = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.18 \end{pmatrix} \right].$$

Ekkor

$$(E - C')^{-1} = \begin{pmatrix} 597\,519. & 643\,480. & 528\,571. \\ 468\,324. & 504\,350. & 414\,286. \\ 371\,429. & 400\,000. & 328\,571. \end{pmatrix}.$$

Költség és profit

Példa.

Legyen egy gazdaság ráfordítási mátrixa:

$$C = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix},$$

és legyen az ágazatok termékeinek árvektora

$$\mathbf{v} = (1\ 2\ 3)$$

(azaz, az első termék 1 egységbe, a második 2-be, a harmadik pedig 3-ba kerül). Határozzuk meg az egyes ágazatok egységnyi termékének előállításakor keletkező költséget.

$$C = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.3 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 & 0.4 \\ 0.2 & 0.4 & 0.2 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{v} = (1\ 2\ 3)$$

Világos, hogy az első, második, illetve harmadik ágazat egységnyi termékének előllításakor rendre

$$1 \cdot 0.4 + 2 \cdot 0.3 + 3 \cdot 0.2 = 1.6,$$
$$1 \cdot 0.3 + 2 \cdot 0.1 + 3 \cdot 0.4 = 1.7,$$
$$1 \cdot 0.2 + 2 \cdot 0.4 + 3 \cdot 0.2 = 1.6$$

egységnyi kiadás keletkezik.

Tétel.

Ha C egy gazdaság ráfordítási mátrixa és $\mathbf{v}$ az árvektor, akkor az egyes ágazatok költségeit a $\mathbf{v}C$ vektor tartalmazza. A profit(vektor) pedig $\mathbf{v} - \mathbf{v}C = \mathbf{v}(E - C)$.

Az előbbi példában a profitvektor:

$$\mathbf{v}(E - C) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 & -0.3 & -0.2 \\ -0.3 & 0.9 & -0.4 \\ -0.2 & -0.4 & 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.6 & 0.3 & 1.4 \end{pmatrix},$$

ami azt mutatja, hogy a második és harmadik ágazat nyereséges, az első ágazat pedig veszteséges.

Tétel (Működőképesség és profitabilitás).

Egy gazdaság pontosan akkor működőképes (vagyis mátrixának Leontief-inverzében nem szerepel negatív szám), ha meg lehet úgy határozni az árakat, hogy semelyik ágazat se legyen veszteséges.

Ha példánkban az árvektort $\mathbf{v}' = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, akkor már nem lesz veszteséges ágazat:

$$\mathbf{v}'(E - C) = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 & -0.3 & -0.2 \\ -0.3 & 0.9 & -0.4 \\ -0.2 & -0.4 & 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1.2 \end{pmatrix}.$$

A C mátrix Leontief-inverze:

$$(E - C)^{-1} = \begin{pmatrix} 3.1 & 1.8 & 1.7 \\ 1.8 & 2.4 & 1.7 \\ 1.7 & 1.7 & 2.5 \end{pmatrix}.$$

Az 1.zh mintafeladata

7. Feladat

Legyen egy gazdaság ráfordítási mátrixa $A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/8 \\ 1 & 1/4 \end{pmatrix}$.

(a) Működőképes-e a gazdaság?
(b) Adjuk meg a $(3, 2)^T$ nettó kibocsátáshoz tartozó bruttó kibocsátást.
(c) Döntsük el, hogy a $(2, 3)$ árvektor esetén mindkét ágazat nyereséges-e.
(d) Ha működőképes a gazdaság, de nem nyereséges mindkét ágazat, akkor adjunk meg olyan árvektort, amelynél mindkettő nyereséges.

(a) Nem működőképes a gazdaság, ha az A mátrix Leontief-inverzében található negatív szám. Meghatározzuk a Leontief-inverzet:

$$E - A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1/2 & 1/8 \\ 1 & 1/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}$$

$$(E - A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}^{-1}$$

Leontief-inverz kiszámítása

$$(E-A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}^{-1}$$

- **1. módszer:** EBT

$$\begin{array}{c|cc} 0. & v_1 & v_2 \\ \hline e_1 & 1/2 & -1/8 \\ e_2 & -1^* & 3/4 \end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c|cc} 1. & e_2 & v_2 \\ \hline e_1 & 1/2 & 1/4^* \\ v_1 & -1 & -3/4 \end{array} \rightsquigarrow \begin{array}{c|cc} 2. & e_2 & e_1 \\ \hline v_2 & 2 & 4 \\ v_1 & 1/2 & 3 \end{array}$$

Sor- és oszlopcserék után: $(E-A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 1/2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$

Ellenőrizzünk!!! $(E-A)(E-A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1/2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} = E$

Működőképesség

- **2. módszer**: Adjungáltak

(2 × 2)-es mátrix esetén

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{det(C)} \begin{pmatrix} d & -c \\ -b & a \end{pmatrix}^{T} = \frac{1}{det(C)} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}.$$

$$(E-A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{4}} \begin{pmatrix} 3/4 & 1/8 \\ 1 & 1/2 \end{pmatrix} =$$

$$= 4 \begin{pmatrix} 3/4 & 1/8 \\ 1 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1/2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$ Ellenőrizzünk!!!

Mivel a Leontief-inverz nem tartalmaz negatív számot, a gazdaság **működőképes**.

Bruttó kibocsátás

(b) Adjuk meg a $(3,2)^T$ nettó kibocsátáshoz tartozó bruttó kibocsátást.

Mivel $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ a nettó kibocsátás, így a bruttó kibocsátás:

$$\mathbf{x} = (E - A)^{-1}\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 3 & 1/2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 16 \end{pmatrix}$$

Tehát ahhoz, hogy az első ágazat 3, a második 2 terméket kibocsátson, összesen 10 illetve 16 terméket kell előállítani.

Nyereséges-e?

(c) Döntsük el, hogy a $(2,3)$ árvektor esetén mindkét ágazat nyereséges-e.

Ha $\mathbf{v} = (2,3)$ az árvektor, az egyes ágazatok költségeit a $\mathbf{v}A$ vektor tartalmazza, így a profitvektor:

$$\mathbf{v} - \mathbf{v}A = \mathbf{v}(E - A) = \begin{pmatrix} 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

(Figyelem: nem a Leontief-inverzzel, hanem az $(E - A)$-val szorzunk!!!)

Tehát az első ágazat veszteséges, a második nyereséges.

Nyereséges minden ágazat

(d) Ha működőképes a gazdaság, de nem nyereséges mindkét ágazat, akkor adjunk meg olyan árvektort, amelynél mindkettő nyereséges.

Mivel működőképes a gazdaság, így meg lehet adni úgy az árvektort, hogy nyereséges legyen minden ágazat.
Például, ha az árvektor $\mathbf{v}' = (3, 1)$, a profitvektor:

$$\mathbf{v}' - \mathbf{v}'A = \mathbf{v}'(E - A) = \begin{pmatrix} 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/2 & -1/8 \\ -1 & 3/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & 3/8 \end{pmatrix}.$$

(Figyelem: nem a Leontief-inverzzel, hanem az $(E - A)$-val szorzunk!!!)

Kahoot

Az előadáson a https://kahoot.com/ oldalon lehetett online teszteket megoldani.

A következő feladatok szerepeltek.

Igaz vagy Hamis?

- A gazdaság nem működőképes, ha a ráfordítási mátrixának Leontief-inverzében minden elem negatív.

Igaz, ha egy gazdaság ráfordítási mátrixának Leontief-inverze tartalmaz negatív elemet, akkor a gazdaság nem működőképes.

- Minden működőképes gazdaság esetén meg lehet úgy választani az árakat, hogy ne legyen veszteséges ágazat.

Igaz, egy gazdaság pontosan akkor működőképes (vagyis mátrixának Leontief-inverzében nem szerepel negatív szám), ha meg lehet úgy határozni az árakat, hogy semelyik ágazat se legyen veszteséges.

Feleletválasztás

A négy állítás közül pontosan egy igaz.

Egy gazdaság ráfordítási mátrixát jelölje A, ekkor...

(a) ha létezik az A Leontief-inverze, pontosan akkor működőképes a gazdaság.

(b) ha $\mathbf{v}$ az árvektor, akkor a profit: $\mathbf{v}(E-A)^{-1}$.

(c) ha $\mathbf{v}$ az árvektor, akkor a profit: $\mathbf{v}(E-A)$.

(d) működőképes gazdaság esetén a nettó kibocsátás nagyobb, mint a bruttó kibocsátás.

Feleletválasztás

A négy állítás közül pontosan egy igaz.

Egy gazdaság ráfordítási mátrixát jelölje A, ekkor...

(a) ha létezik az A Leontief-inverze, pontosan akkor működőképes a gazdaság.

(b) ha $\mathbf{v}$ az árvektor, akkor a profit: $\mathbf{v}(E-A)^{-1}$.

(c) ha $\mathbf{v}$ az árvektor, akkor a profit: $\mathbf{v}(E-A)$.

(d) működőképes gazdaság esetén a nettó kibocsátás nagyobb, mint a bruttó kibocsátás.

A (c) állítás az igaz.