

### 3. Feladatsor - Lineáris egyenletrendszerek

Ajánlott gyakorló feladatok:

- Megyesi László: Lineáris algebra feladatok, I. fej. 11, 12.

Ajánlott nehezebb feladatok:

- Megyesi László: Lineáris algebra feladatok, I. fej. 13, 14, 15, 16.

*Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszereket Gauss eliminációval, és ha lehetséges Cramer-szabállyal is.*

#### 3.1. Feladat.

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 - x_3 &= 4 \\3x_1 + 4x_2 - 2x_3 &= 11 \\3x_1 - 2x_2 + 4x_3 &= 11\end{aligned}$$

#### 3.2. Feladat.

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 + 5x_3 &= -9 \\x_1 - x_2 + 3x_3 &= 2 \\3x_1 - 6x_2 - x_3 &= 25\end{aligned}$$

#### 3.3. Feladat.

$$\begin{aligned}4x_1 + 4x_2 + 5x_3 &= 6 \\x_1 + x_2 + 2x_3 &= 3 \\7x_1 + 7x_2 + 8x_3 &= 10\end{aligned}$$

#### 3.4. Feladat.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 - 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= -2 \\-x_1 + 2x_2 - x_3 - 5x_4 &= -5\end{aligned}$$

#### 3.5. Feladat.

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_2 - 4x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 &= 6 \\-3x_1 - 9x_2 + 10x_3 - x_4 &= -11\end{aligned}$$

#### 3.6. Feladat.

$$\begin{aligned}2x_1 + x_2 + 4x_3 + 8x_4 &= -1 \\x_1 + 3x_2 - 6x_3 + 2x_4 &= 3 \\3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 2x_4 &= 8 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 4\end{aligned}$$

#### 3.7. Feladat.

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 &= 2 \\6x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &= 3 \\6x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 8x_4 + 13x_5 &= 9 \\4x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 &= 1\end{aligned}$$

### Szorgalmi feladatok

**3.8. Feladat.** Határozzuk meg az  $a$  és  $b$  valós paraméterek értékét úgy, hogy az egyenletrendszernek pontosan egy megoldása legyen.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 3x_3 &= 2 \\ -x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 1 \\ 2x_2 + bx_3 &= 6 \\ -2x_1 + x_2 + bx_3 &= a\end{aligned}$$

**3.9. Feladat.** Oldjuk meg (az  $a$  paraméter függvényében) az alábbi lineáris egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}x_1 - 2x_2 + x_3 &= 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 &= 3 \\ x_1 - 2x_2 + (a^2 - 8)x_3 &= a + 4\end{aligned}$$

**3.10. Feladat.** Oldjuk meg (az  $a$  paraméter függvényében) az alábbi lineáris egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + x_3 + ax_4 &= 1 \\ x_1 + (1 - a)x_3 + (a - 1)x_4 &= 2 \\ x_1 - ax_3 + (a - 2)x_4 &= 1 \\ -ax_1 + ax_2 + 2ax_3 + 2x_4 &= 3a - 1\end{aligned}$$

**3.11. Feladat.** Oldjuk meg a következő lineáris egyenletrendszert.

$$\begin{aligned}ax_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n &= 1 \\ x_1 + ax_2 + x_3 + \dots + x_n &= 1 \\ x_1 + x_2 + ax_3 + \dots + x_n &= 1 \\ &\vdots \\ x_1 + x_2 + x_3 + \dots + ax_n &= 1\end{aligned}$$

( $a$  tetszőleges valós szám)