1. feladatsor – Ismétlés – Eredmények

1.1. Feladat. Döntse el, hogy igazak-e az alábbi állítások, és döntését röviden indokolja:

(a) Ha v_1, v_2, v_3 tetszőleges vektorok a síkban, akkor a sík összes vektora előáll $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ alakban valamely $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ valós számokra.

(b) Ha v_1, v_2, v_3 olyan vektorok a síkban, melyek közül kettő nem párhuzamos, akkor a sík összes vektora előáll $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ alakban valamely $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ valós számokra.

(c) Ha v_1, v_2, v_3 tetszőleges vektorok a térben, akkor a tér összes vektora előáll $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ alakban valamely $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ valós számokra.

(d) Ha v_1, v_2, v_3 olyan vektorok a térben, melyek közül kettő nem párhuzamos, akkor a tér összes vektora előáll $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ alakban valamely $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ valós számokra.

(e) Ha v_1, v_2, v_3 olyan vektorok a térben, melyek közül semelyik kettő nem párhuzamos, akkor a tér összes vektora előáll $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ alakban valamely $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ valós számokra.

(f) Ha v_1, v_2, v_3 olyan vektorok a térben, melyek nincsenek egy síkban, akkor a tér összes vektora előáll $\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2 + \lambda_3 v_3$ alakban valamely $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ valós számokra.

Eredmény. hamis, igaz, hamis, hamis, hamis, igaz

1.2. Feladat. Váltsa át a fokokban megadott alábbi szögeket radiánra:

(a) $30°, 225°, -45°, 480°, -510°, 270°$;
(b) $0°, 150°, -60°, 900°, -765°, -210°$.

Eredmény. (a) $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}, \frac{8\pi}{3}, -\frac{17\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$;
(b) $0, \frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{3}, 5\pi, -\frac{17\pi}{4}, -\frac{7\pi}{6}$.

1.3. Feladat. Váltsa át a radiánban megadott alábbi szögeket fokra:

(a) $-\frac{\pi}{2}, \frac{13\pi}{3}, \frac{27\pi}{4}, -\frac{7\pi}{3}, \frac{19\pi}{6}$;
(b) $-\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}, -\frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{3}$.

Eredmény. (a) $-90°, 780°, 1215°, -420°, 570°$;
(b) $-135°, 450°, 660°, -150°, 540°$.

1.4. Feladat. Adja meg (pontosan, ne csak közelítőleg) az előző feladatban megadott szögek szinuszát, koszinuszát, tangensét.

Eredmény.

	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{8\pi}{3}$	$-\frac{17\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{2}$	0	$\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{3}$	5π	$-\frac{17\pi}{4}$	$-\frac{7\pi}{6}$
sin	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	-1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	-1	$-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	–	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	0	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{13\pi}{3}$	$\frac{27\pi}{4}$	$-\frac{7\pi}{3}$	$\frac{19\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{3}$
sin	-1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
cos	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
tg	–	$\sqrt{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	–	$-\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

1.5. Feladat. Adja meg azokat az

$$I\colon 0 \le \alpha, \beta < 2\pi, \quad J\colon -\pi < \alpha, \beta \le \pi \quad \text{és} \quad K\colon 3\pi \le \alpha, \beta < 4\pi$$

intervallumba eső α, illetve β szögeket radiánban, amelyekre $\sin\alpha$, illetve $\cos\beta$ rendre a következő számokkal egyenlő:

(a) $0, \frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$;
(b) $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, 1, \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Eredmény. Az I intervallumba eső szögek:

	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
α	$0, \pi$	$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$
β	$\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$	$\frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

A J intervallumba eső szögek:

	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
α	$0, \pi$	$\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}, -\frac{\pi}{4}$	$-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$
β	$-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$	$-\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$	$-\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$	0	$-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$

Az K intervallumba eső szögek:

	0	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
α	3π	–	$\frac{10\pi}{3}, \frac{11\pi}{3}$	–	$\frac{13\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}$	$\frac{19\pi}{6}, \frac{23\pi}{6}$	–	–
β	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{11\pi}{3}$	$\frac{19\pi}{6}$	$\frac{15\pi}{4}$	$\frac{13\pi}{4}$	$\frac{10\pi}{3}$	–	$\frac{23\pi}{6}$

1.6. Feladat. Határozza meg

(a) a síkban az $x - y = 0$ és az $x - 3y = 2$ egyenes metszéspontját;
(b) a térben az $x - y - z = 0$ sík és az $x = 2, y - z = 0$ egyenes metszéspontját.

Eredmény. (a) $P = (-1, -1)$;
(b) $P = (2, 1, 1)$.

1.7. Feladat. Adja meg a síkban az alábbi e egyenes és P pont esetén a P pont e-re vonatkozó tükörképét:

(a) $e\colon x = 0,\ P = (-2, 3)$;
(b) $e\colon x - 3y = 0,\ P = (7, -1)$;
(c) $e\colon x - y = 0,\ P = (-4, 1)$;
(d) $e\colon 2x + y = 0,\ P = (3, 4)$.

Eredmény. (a) $P' = (2, 3)$;
(b) $P' = (5, 5)$;
(c) $P' = (1, -4)$;
(d) $P' = (-5, 0)$.

1.8. Feladat. Adja meg a síkban az alábbi α szög és P pont esetén a P pont képét az origó körüli α szögű elforgatás mellett:

(a) $\alpha = \frac{\pi}{3},\ P = (-1, 0)$;
(b) $\alpha = -\frac{3\pi}{4},\ P = (-1, -2)$;
(c) $\alpha = \frac{3\pi}{4},\ P = (1, -1)$;
(d) $\alpha = -\frac{2\pi}{3},\ P = (3, 4)$.

Eredmény. (a) $P' = (-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$;

(b) $P' = (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$;

(c) $P' = (0, \sqrt{2})$;

(d) $P' = (-\frac{3}{2} + 2\sqrt{3}, -2 - \frac{3\sqrt{3}}{2})$.