

9. feladatsor – Lineáris leképezések – Megoldások

9.1. Feladat. a) nem lineáris

b) lineáris, $\text{Ker } \varphi = [(0, 0, 1)]$, $\text{Im } \varphi = \mathbb{R}^2$

c) lineáris, $\text{Ker } \varphi = [(2, 1)]$, $\text{Im } \varphi = [(1, -2, -4)]$

d) nem lineáris

9.2. Feladat. a) nem

b) igen, $\text{Ker } \varphi = \{(0, 0)\}$, $\text{Im } \varphi = \mathbb{R}^2$

c) igen, $\text{Ker } \varphi = [(1, 0)]$, $\text{Im } \varphi = [(0, 1)]$

d) igen, $\text{Ker } \varphi = \{(0, 0)\}$, $\text{Im } \varphi = \mathbb{R}^2$

e) igen, $\text{Ker } \varphi = \{(0, 0)\}$, $\text{Im } \varphi = \mathbb{R}^2$

9.3. Feladat. $\varphi + \psi$, $\varphi\psi$:

a) null, 180° -os forgatás

b) identitás, null

c) $(x, y) \mapsto (x + y, x + y)$, ψ

d) identitás, identitás

9.4. Feladat. a) $P_{\mathcal{E} \rightarrow F} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, $P_{\mathcal{F} \rightarrow E} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

b) $P_{\mathcal{E} \rightarrow F} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$, $P_{\mathcal{F} \rightarrow E} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

9.5. Feladat. a) $A_\varphi^{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$, $v_{\mathcal{E}} = (-8, 5)$

$$A_\varphi^{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} -5 & -9 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, v_{\mathcal{F}} = (-5, -2)$$

b) $A_\varphi^{\mathcal{E}} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $v_{\mathcal{E}} = (2, 4, 2)$

$$A_\varphi^{\mathcal{F}} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ -\frac{1}{2} & -1 & 2 \\ -\frac{1}{2} & 0 & 1 \end{pmatrix}, v_{\mathcal{F}} = (1, 3, 1)$$