

11. feladatsor – Kvadratikus alakok

11.1. Feladat. Melyek bilineárisak az alábbi leképezések közül? Ha leképezés bilineáris, akkor adjuk meg a mátrixát a standard bázisban. Ha a leképezés szimmetrikus bilineáris leképezés, akkor adjuk meg a hozzá tartozó kvadratikus alakot is.

- (a) $\ell : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \ell((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_2y_2;$
- (b) $\ell : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \ell((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = 3;$
- (c) $\ell : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \ell((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_2 - x_1y_1;$
- (d) $\ell : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \ell((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1x_2;$
- (e) $\ell : \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \ell((x_1, x_2), (y_1, y_2)) = x_1y_1 + x_2y_2.$

11.2. Feladat. Hozzuk kanonikus alakra a következő valós kvadratikus alakokat, és határozzuk meg az osztályukat (pozitív/negatív (szemi)definit, stb.)

- (a) $x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2;$
- (b) $-4x_1^2 + 4x_1x_2 - 4x_2^2;$
- (c) $8x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 - 4x_1x_3;$
- (d) $x_1^2 + 6x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3;$
- (e) $2x_1x_3 - 2x_1x_2 - 2x_2x_3.$