

**NÉV:**

**EHA:**

**GY. VEZETŐ:**

### Lineáris algebra vizsga (minta)

A vizsga hat, A és B kérdést tartalmazó feladata alapján összesen  $6 \times (5 + 5) = 60$  pontot lehet szerezni, amihez hozzáadjuk a gyakorlaton szerzett pontot. Így a megszerezhető maximális pontszám 110: 0-49 pont elégtelen, 50-62 pont elégséges, 63-75 pont közepes, 76-88 pont jó, 89-110 pont jeles.

- 1.A. Mikor mondjuk azt, hogy egy vektorrendszer lineárisan független, illetve függő?
  - B. Igaz-e a következő állítás: Ha egy vektorrendszer lineárisan függő, akkor minden vektora felírható a többi vektor lineáris kombinációjaként.
- 2.A. Írja fel a vektorrendszerekre vonatkozó kicserélési tételt, és fogalmazza meg legalább egy következményét!
  - B. Egy  $n$ -dimenziós vektortérben valamely  $k$  elemű lineárisan független vektorrendszernek van olyan  $l$  elemű részrendszere, mely a vektortér generátorrendszere. Mit állíthatunk az  $n$ ,  $k$  és  $l$  számokról?
- 3.A. Fogalmazza meg a Kronecker-Capelli-tételt, és definiálja a benne szereplő fogalmakat!
  - B. Igaz-e, hogy ha egy egyenletrendszer több egyenletből áll, mint az ismeretlenek száma, akkor az egyenletrendszernek nincs megoldása?
- 4.A. Mit nevezünk fundamentális megoldásrendszernek?
  - B. Egy 10 ismeretlenes homogén lineáris egyenletrendszer mátrixának rangja 4. Hány dimenziós az egyenletrendszer megoldásainak altere?
- 5.A. Mit értünk lineáris leképezésen, lineáris transzformáción és lineáris leképezés magján?
  - B. Adja meg az  $\mathbf{R}$  fölötti  $\mathbf{R}^2$  vektortérnek egy olyan lineáris transzformációját, mely a  $(1, 1)$  vektort a  $(-1, 1)$  vektorba képezi! Határozza meg a megadott lineáris leképezés magját is!
- 6.A. Mit nevezünk euklideszi térnek?
  - B. Euklideszi tér lesz-e az  $\mathbf{R}$  fölötti  $\mathbf{R}^2$  vektortér, ha a  $\langle -, - \rangle: (\mathbf{R}^2)^2 \rightarrow \mathbf{R}$  leképezést a következőképpen definiáljuk:  $\langle (x_1, x_2), (y_1, y_2) \rangle = x_1 y_1$   $((x_1, x_2), (y_1, y_2) \in \mathbf{R}^2)$ ?

**FIGYELEM!** A B kérdésekre adott válaszokat mindig indokolja meg! Mind a hat kérdésre külön oldalon írja le a választ.