

Lineáris algebra

6.4 a) és d) feladat

Bolyai Intézet

2020. április 6.

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

(a) $v = (3, 4)^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

(a) $v = (3, 4)^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

(a) $v = (3, 4)^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

$$A \cdot v = \lambda \cdot v$$

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

(a) $v = (3, 4)^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

$$A \cdot v = \lambda \cdot v$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

(a) $v = (3, 4)^T$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix}$.

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

$$A \cdot v = \lambda \cdot v$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -4 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 18 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\lambda \\ 4\lambda \end{pmatrix}$$

Tehát:

$$\left. \begin{array}{l} 18 = 3\lambda \\ 24 = 4\lambda \end{array} \right\}$$

Tehát:

$$\left. \begin{array}{l} 18 = 3\lambda \\ 24 = 4\lambda \end{array} \right\}$$

Átrendezve:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 6 \\ \lambda = 6 \end{array} \right\}$$

Tehát:

$$\left. \begin{array}{l} 18 = 3\lambda \\ 24 = 4\lambda \end{array} \right\}$$

Átrendezve:

$$\left. \begin{array}{l} \lambda = 6 \\ \lambda = 6 \end{array} \right\}$$

Megoldás

Tehát a v vektor az A mátrix sajátvektora.

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

$$(d) \quad v = (9, -5, 8)^T, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

$$(d) \quad v = (9, -5, 8)^T, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

$$(d) \quad v = (9, -5, 8)^T, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

$$A \cdot v = \lambda \cdot v$$

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

$$(d) \quad v = (9, -5, 8)^T, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

$$A \cdot v = \lambda \cdot v$$
$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Feladat

Sajátvektora-e a v vektor az A mátrixnak?

$$(d) \quad v = (9, -5, 8)^T, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix}.$$

Az A mátrixnak sajátvektora a v vektor, ha van olyan λ valós szám, amelyre $A \cdot v = \lambda \cdot v$ teljesül:

$$A \cdot v = \lambda \cdot v$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 9 & -4 \\ -4 & 0 & 9 \\ -4 & 9 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix} = \lambda \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -77 \\ 36 \\ -81 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9\lambda \\ -5\lambda \\ 8\lambda \end{pmatrix}$$

Tehát:

$$\left. \begin{array}{rcl} -77 & = & 9\lambda \\ 36 & = & -5\lambda \\ -81 & = & 8\lambda \end{array} \right\}$$

Tehát:

$$\left. \begin{aligned} -77 &= 9\lambda \\ 36 &= -5\lambda \\ -81 &= 8\lambda \end{aligned} \right\}$$

Átrendezve:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= -\frac{77}{9} \\ \lambda &= -\frac{36}{5} \\ \lambda &= -\frac{81}{8} \end{aligned} \right\}$$

Tehát:

$$\left. \begin{aligned} -77 &= 9\lambda \\ 36 &= -5\lambda \\ -81 &= 8\lambda \end{aligned} \right\}$$

Átrendezve:

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= -\frac{77}{9} \\ \lambda &= -\frac{36}{5} \\ \lambda &= -\frac{81}{8} \end{aligned} \right\}$$

Megoldás

Tehát a v vektor nem sajátvektora az A mátrixnak.