Lineáris algebra

5.7 e) feladat

Bolyai Intézet

2020. március 23.

Feladat

Adjuk meg a v vektor koordinátasorát a megadott bázisban.

(e) $v = (6, 12, -2)$, bázis: $(3, 5, -7), (-5, -3, 7), (7, 3, 5)$.

Feladat

Adjuk meg a v vektor koordinátasorát a megadott bázisban.

(e) $v = (6, 12, -2)$, bázis: $(3, 5, -7), (-5, -3, 7), (7, 3, 5)$.

A következő egyenlet megoldását akarjuk meghatározni:

Feladat

Adjuk meg a v vektor koordinátasorát a megadott bázisban.

(e) $v = (6, 12, -2)$, bázis: $(3, 5, -7), (-5, -3, 7), (7, 3, 5)$.

A következő egyenlet megoldását akarjuk meghatározni:

$$(6, 12, -2) = \alpha \cdot (3, 5, -7) + \beta \cdot (-5, -3, 7) + \gamma \cdot (7, 3, 5)$$

Feladat

Adjuk meg a v vektor koordinátasorát a megadott bázisban.

(e) $v = (6, 12, -2)$, bázis: $(3, 5, -7), (-5, -3, 7), (7, 3, 5)$.

A következő egyenlet megoldását akarjuk meghatározni:

$$(6, 12, -2) = \alpha \cdot (3, 5, -7) + \beta \cdot (-5, -3, 7) + \gamma \cdot (7, 3, 5)$$

$$(6, 12, -2) = (3\alpha, 5\alpha, -7\alpha) + (-5\beta, -3\beta, 7\beta) + (7\gamma, 3\gamma, 5\gamma)$$

Feladat

Adjuk meg a v vektor koordinátasorát a megadott bázisban.

(e) $v = (6, 12, -2)$, bázis: $(3, 5, -7), (-5, -3, 7), (7, 3, 5)$.

A következő egyenlet megoldását akarjuk meghatározni:

$$(6, 12, -2) = \alpha \cdot (3, 5, -7) + \beta \cdot (-5, -3, 7) + \gamma \cdot (7, 3, 5)$$

$$(6, 12, -2) = (3\alpha, 5\alpha, -7\alpha) + (-5\beta, -3\beta, 7\beta) + (7\gamma, 3\gamma, 5\gamma)$$

$$(6, 12, -2) = (3\alpha - 5\beta + 7\gamma, 5\alpha - 3\beta + 3\gamma, -7\alpha + 7\beta + 5\gamma)$$

$$(6, 12, -2) = (3\alpha - 5\beta + 7\gamma, 5\alpha - 3\beta + 3\gamma, -7\alpha + 7\beta + 5\gamma)$$

$$(6, 12, -2) = (3\alpha - 5\beta + 7\gamma, 5\alpha - 3\beta + 3\gamma, -7\alpha + 7\beta + 5\gamma)$$

Tehát:

$$\begin{aligned} 6 &= 3\alpha - 5\beta + 7\gamma \\ 12 &= 5\alpha - 3\beta + 3\gamma \\ -2 &= -7\alpha + 7\beta + 5\gamma \end{aligned}$$

$$(6, 12, -2) = (3\alpha - 5\beta + 7\gamma, 5\alpha - 3\beta + 3\gamma, -7\alpha + 7\beta + 5\gamma)$$

Tehát:

$$\begin{array}{rcl} 6 & = & 3\alpha - 5\beta + 7\gamma \\ 12 & = & 5\alpha - 3\beta + 3\gamma \\ -2 & = & -7\alpha + 7\beta + 5\gamma \end{array}$$

A lineáris egyenletrendszert Gauss-eliminációval oldjuk meg:

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -1 & 7 & -11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -1 & 7 & -11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \\ 3 & -5 & 7 & 6 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -1 & 7 & -11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \\ 3 & -5 & 7 & 6 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & -10 & 30 & 10 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -1 & 7 & -11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \\ 3 & -5 & 7 & 6 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & -10 & 30 & 10 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -1 & 7 & -11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \\ 3 & -5 & 7 & 6 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & -10 & 30 & 10 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 8 & -26 & 6 \end{array}\right)$$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ 5 & -3 & 3 & 12 \\ -7 & 7 & 5 & -2 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 3 & -5 & 7 & 6 \\ -1 & 7 & -11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ -1 & -3 & 19 & 10 \\ 3 & -5 & 7 & 6 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & -10 & 30 & 10 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 16 & -26 & 6 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 8 & -26 & 6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 11 & 11 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{rrr|r} 1 & -7 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -7 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -7 & 11 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -7 & 0 & -11 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right) \sim$$

$$\sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Megoldás

Tehát a v vektor koordinátasora a megadott bázisban: $(3, 2, 1)$.