

Név:

Pontszám:

Neptun-kód:

MTNM312E: KLASSZIKUS ALGEBRA BEUGRÓ – MINTA

Minimum 12 pontot el kell érni, különben a vizsga elégtelen!

1. Feladat. (12 pt.)

Igaz vagy hamis? A válaszokat nem kell indokolni; helyes válasz 1 pont, hiányzó válasz 0 pont, helytelen válasz -1 pont.

igaz hamis

- ☐ ☐ Tetszőleges A, B ítéletekre, A, B implikációja mindig igaz, ha A logikai értéke hamis.
- ☐ ☐ $A (\neg B \leftrightarrow A) \wedge \neg(A \vee B)$ formula tautológia.
- ☐ ☐ $A (\forall x)(P(x, y) \rightarrow (\exists y)P(x, y))$ formulában az y szabad változó.
- ☐ ☐ Tetszőleges $f, g \in T[x]$ polinomokra $\deg(f + g) = \max(\deg f, \deg g)$.
- ☐ ☐ Tetszőleges f, g polinomokra $\text{lko}(f, g) \sim \text{lko}(f^2, g)$.
- ☐ ☐ Ha $\text{lko}(f, g) \mid 1$, akkor az $fu + gv = h$ diofantoszi egyenlet megoldható.
- ☐ ☐ Bármely test feletti polinom pontosan akkor irreducibilis, ha nincs gyöke.
- ☐ ☐ Az $x^3 + 2x^2 + 2 \in \mathbb{Z}_3[x]$ polinom irreducibilis.
- ☐ ☐ Minden hatodfokú valós együtthatós polinomnak van gyöke $\mathbb{R}$ -ben.
- ☐ ☐ Legyen $f \in \mathbb{C}[x]$ és $k \in \mathbb{N}$. Ha a c komplex szám k -szoros gyöke f -nek, akkor ez a c szám $(k - 1)$ -szeres gyöke f' -nek.
- ☐ ☐ $\mathbb{Z}_2[x]$ -ben teljesül az $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \equiv 1 \pmod{x^2 + x}$ kongruencia.
- ☐ ☐ $\mathbb{Z}_3[x]/\langle 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1 \rangle$ 27 elemű test.

2. Feladat. (2 pt.)

Írja le Bézout tételét.

3. Feladat. (3 pt.)

Adjon példát olyan $f \in \mathbb{R}[x]$ polinomra, amely

- (a) másodfokú és nem irreducibilis;
- (b) harmadfokú és irreducibilis;
- (c) $\text{lko}(f, (x^2 - 3x + 2)) = x - 2$.

4. Feladat. (3 pt.)

Mondja ki a Lagrange interpolációs tételt.

5. Feladat. (2 pt.)

Adjon példát 8 elemű testre. (Igazolja is, hogy test.)

6. Feladat. (2 pt.)

Adja meg algebrai szám minimálpolinomjának definícióját.