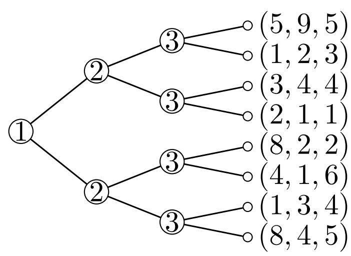
Játékelmélet

dolgozat mintafeladatok

Tudnivalók

- **A CooSpace-en az előadás színterében található egy Minta-dolgozat a „Gyakorlótesztek”-nél, amit ezekből a mintafeladatokból állítottam össze.** A gyakorlóteszt kitöltésének eredményét én nem látom. Ügyeljenek, hogy a válaszokat a megadott formában írják. Azokra a feladatokra, amihez „fájl feltöltés” kell, a gyakorlóteszt automatikusan maximális pontot ad. Ha a vizsgatesztben ilyen feladat szerepel majd, akkor a teljes feladatmegoldást kell beküldeni. Írja rá a nevét és Neptun-kódját is, fényképezze le, és töltse fel. A Minta-dolgozatban szereplő pontszámok csak tájékoztató jellegűek, még változhatnak.
- Az **elméleti kérdésekhez** egy külön (bővebb) tesztet készítettem, ez is a „Gyakorlótesztek”-nél található a CooSpace-en.
- **Kérem, ellenőrizzék, hogy a Minta-dolgozatot ki tudják-e tölteni a CooSpace-en.** Ha nem, a problémát tapasztaló hallgatók készítsenek képernyőképet a problémáról, jelöljék meg pontosan a kurzust és gyakorlótesztet (legjobb, ha a böngésző címsorát másolják le ehhez), jegyezzék fel, hogy milyen operációs rendszer alatt milyen böngészőt használtak, majd ezeket az információkat küldjék meg a fejlesztői supportra a CooSpace legfelső ikonsorában lévő fogaskerék melletti boríték ikon „hibabejelentés” pontjával. **Tabletről, telefonról a kitöltés ellenjavallt.**
- A dolgozatot megírásánál önálló munkát várok.
- A feladatok megoldására 105 perc áll rendelkezésükre.

1. Feladat. (5 pont) Határozza meg a következő véges fával ábrázolt játék egyensúlyi pontját.



2. Feladat. (5 pont) Az alábbi A mátrix egy 2×2-es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Feladat. (5 pont) Az alábbi A mátrix egy 2×3-as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg grafikus módszer segítségével mindkét játékos optimális stratégiáját.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 2 \\ -2 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Feladat. (5 pont) Az alábbi B mátrix egy 3×3-as szimmetrikus mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét.

$$B = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & -4 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

5. Feladat. (5 pont) Az alábbi B mátrix egy 3×3-as mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáját, valamint a játék értékét. (Segítség: mind az első, mind a második játékos optimális stratégiájának mind a három komponense pozitív.)

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

6. Feladat. (5 pont) Oldja meg a következő normál feladatot szimplex algoritmus segítségével. ($x_1, x_2, x_3 \geq 0$)

$$\begin{array}{rrrcr} x_1 & & +x_3 & \leq & 2 \\ & x_2 & +2x_3 & \leq & 1 \\ x_1 & +2x_2 & +x_3 & \leq & 3 \\ \hline 3x_1 & +x_2 & +2x_3 & \to & \max \end{array}$$

7. Feladat. (5 pont) Az alábbi mátrix egy 2×2-es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Adja meg az egyik játékos optimális stratégiáját lineáris programozás segítségével.

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}.$$

8. Feladat. (5 pont) Adja meg mindkét játékos optimális stratégiáit és a hozzá tartozó kifizetéseket annál a 2×2-es bimátrixjátéknál, ahol az 1. játékos kifizetéseit a következő A mátrix, a 2. játékos kifizetéseit pedig az A' mátrix tartalmazza.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

9. Feladat. (5 pont) Az $A = \{x, y, z, u\}$ az alternatívák halmaza, és 20 szavazó esetén a preferencia-sorrendek legyenek:

- $x \succ z \succ u \succ y$: 8 szavazónál,
- $z \succ x \succ y \succ u$: 7 szavazónál,
- $y \succ z \succ u \succ x$: 5 szavazónál.

Határozza meg, hogy a Borda-pontozás alapján mi a közös sorrend.

10. Feladat. (5 pont) Végezzen $(0,1)$-normalizációt az (N, v) 5-személyes kooperatív játékon, ha $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |S| = 1; \\ 3, & \text{ha } |S| = 2; \\ 5, & \text{ha } |S| = 3; \\ 8, & \text{ha } |S| = 4; \\ 10, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

11. Feladat. (5 pont) Legyen (N, v) 3-személyes kooperatív játék, ahol $N = \{1, 2, 3\}$, és a karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 0, & \text{ha } S = \emptyset; \\ 5, & \text{ha } S = \{1\}; \\ 6, & \text{ha } S = \{2\}; \\ 0, & \text{ha } S = \{3\}; \\ 12, & \text{ha } S = \{1, 2\}; \\ 7, & \text{ha } S = \{1, 3\}; \\ 8, & \text{ha } S = \{2, 3\}; \\ 20, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

Határozza meg a játékhoz tarozó Shapley-értéket.

12. Feladat. (5 pont) Legyen (N, v) 3-személyes kooperatív játék, ahol $N = \{1, 2, 3\}$, és a szuperadditív karakterisztikus függvény tetszőleges $S \subseteq N$ koalícióra a következő:

$$v(S) = \begin{cases} 0, & \text{ha } S = \{1\}; \\ 3, & \text{ha } S = \{2\}; \\ 1, & \text{ha } S = \{3\}; \\ 4, & \text{ha } S = \{1, 2\}; \\ 4, & \text{ha } S = \{1, 3\}; \\ 6, & \text{ha } S = \{2, 3\}; \\ 8, & \text{ha } S = N. \end{cases}$$

Határozza meg az elosztások halmazát és a játék magját.

13. Feladat. Döntse el, hogy igaz vagy hamis az állítás. Rossz válasz esetén 50%-os pontlevonás jár (pl. 2 pont helyett −1 pont), ha nincs válasz, 0 pont.

I **H**

○ ○ Egy mátrixjáték alsóértéke mindig kisebb vagy egyenlő, mint a felsőértéke.
○ ○ Nincs olyan mátrixjáték, amelynek több nyeregpontja van.
○ ○ Ha egy mátrixjáték esetén az első játékos az i. stratégiáját alkalmazva a játék értékénél kevesebb kifizetést érne el, akkor az optimális stratégiájában $x_i = 0$.
○ ○ Legyen az $A = \left(\begin{smallmatrix} a & b \\ c & d \end{smallmatrix}\right)$ mátrix egy 2×2-es mátrixjáték kifizetési mátrixa. Ha $a < b,\ a < c,\ d < c,\ d < b$, akkor van nyeregpont.
○ ○ A szimplex algoritmusnál a bázismegoldás esetén a változók 0-val egyenlők.
○ ○ Bimátrixjátékok esetén az első játékos annyit nyer, amennyit a második veszít.
○ ○ Vickrey-aukció esetén nem éri meg nagyobb ajánlatot adni a termékért, mint amennyit ér a licitáló számára a termék.
○ ○ Van olyan (N, v) kooperatív játék, amelyhez több különböző $(0,1)$-normalizált játék tartozik, amellyel stratégiailag ekvivalens.
○ ○ A Shapley-érték i. komponense legfeljebb akkora, mint amekkora kifizetést az i. játékos egyedül elérne.
○ ○ Van olyan kooperatív játék, amelynek magja üres.