Játékelmélet

Kátai-Urbán Kamilla

Tudnivalók

- Honlap: `http://www.math.u-szeged.hu/~katai`
- Vizsga: írásbeli

Irodalom

- előadás jegyzet
- J. D. Williams: Játékelmélet
- Filep László: Játékelmélet

1. Előadás

Történeti áttekintés, alapfogalmak

A játékelmélet története

Neumann János (1903-1957)

Neumann János élete

- 1903 Budapest, apja bankigazgató, csodagyerek
- 1921 egyetem matematika szak, Budapest (Berlin)
- 1925 vegyészmérnöki diploma, Zürich
- 1926 matematika doktori, Budapest
- 1930 egyetemi professzor, Princeton (John von Neumann)
- Játékelmélet - minimax elv
- 1944 Neumann-Morgenstern: Játékelmélet és gazdasági viselkedés
- 1957 Washington

Neumann János élete

- 1903 Budapest, apja bankigazgató, csodagyerek
- 1921 egyetem matematika szak, Budapest (Berlin)
- 1925 vegyészmérnöki diploma, Zürich
- 1926 matematika doktori, Budapest
- 1930 egyetemi professzor, Princeton (John von Neumann)
- Játékelmélet - minimax elv
- 1944 Neumann-Morgenstern: Játékelmélet és gazdasági viselkedés
- 1957 Washington

Oscar Morgenstern

A játékelmélet története

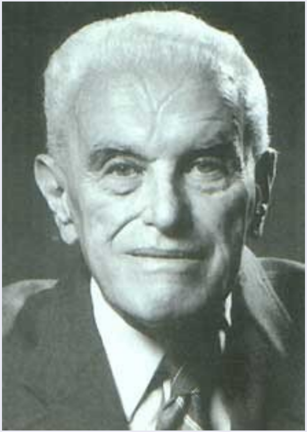
John Nash (1928-2015)

John Nash élete

- 1928 Bluefield, apja elektrotechnikai mérnök
- kémia, Bluefield College
- 1950 matematika doktori, Princeton - Nem kooperatív játékok
- RAND
- 1959 kórházi kezelés, skizofrénia
- 25 év után tér vissza tanítani
- 1994 közgazdasági Nobel-díj (Harsányi, Selten)
- 2015 Abel-díj, közlekedési baleset

A játékelmélet története

Harsányi János (1920-2000)



Harsányi János élete

- 1920 Budapest, apja gyógyszerész
- 1942 gyógyszerész oklevél, Budapest
- 1944 munkaszolgálat
- 1947 filozófia doktori
- 1948 Ausztria
- 1950 Ausztrália, gyári munkás, közgazdaságtant tanít
- 1958 közgazdaságtan doktori (játékelmélet), Stanford Egyetem
- 1964 professzor, Berkley
- 1994 közgazdasági Nobel-díj (Nash, Selten)
- 2000 Berkley

Reinhard Selten

1. Példa – Kempingezők

Ray és Dotty kempingezni szeretne, de Ray magasan, Dotty alacsonyan fekvő helyen szeretne táborozni. Megállapodnak abban, hogy Ray kiválaszt egy kelet-nyugat irányú utat, Dotty egy észak-dél irányú utat és sátrukat ezek kereszteződésénél ütik fel.

1. Példa – Kempingezők

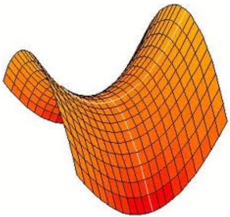
Az útkereszteződések magassága (száz méterben):

	Dotty			
Ray	7	2	5	1
	2	2	3	4
	5	3	4	4
	3	2	1	6

Megoldás

Ld. a táblán.

Nyeregpont



- alsóérték: sorminimumok maximuma
- felsőérték: oszlopmaximumok minimuma

$$\text{alsóérték} \leq \text{felsőérték}$$

Ha alsóérték = felsőérték, akkor *nyeregpontot* kapunk.

Alapfogalmak

Stratégia

Azok a lépések, tervek, aminek véghezvitelében az ellenfelünk nem tud megakadályozni, azaz ha elindítottuk, akkor a benne szereplő cselekménysorozat mindenféleképp le fog játszódni. *Tiszta stratégiának* nevezzük, azt a lépéssorozatot, ahol a játékos csak az egyik stratégiáját használja, és a többivel nem játszik.

Osztályozás

- játékosok száma
- stratégiák száma
- szembenállás foka
- kooperatív, nem kooperatív
- idő szerepe
- véletlen szerepe

Alapfogalmak

Nyereség

A játékosok számszerűsített érdekeit *nyereségnek* nevezzük, míg a *játék kimenetelén* a játék végén megszerzett összes nyereményt értjük. Az egyes stratégiákhoz tartozó kimeneteleket *kifizetési függvények* adják meg.

Nullaösszegű játék

A játékot *nullaösszegűnek* nevezzük, ha az egyes játékosok nyereményei a többi játékos vesztesége.

Mátrixjátékok

Minden véges kétszemélyes nullaösszegű játéknál a stratégiapárokhoz tartozó kifizetési függvény értékeit ábrázolhatjuk egy mátrixban, az ilyen típusú játékokat *mátrixjátékoknak* nevezzük.

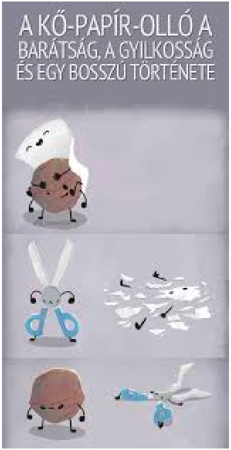
2. Példa – Kő-papír-olló

	K	P	O
K	0	−1	1
P	1	0	−1
O	−1	1	0

Megoldás

Ld. a táblán.

A kő-papír-olló és a dráma



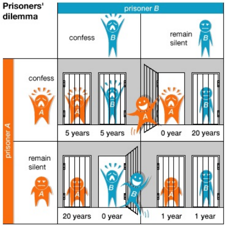
A kő-papír-olló és a foci

A kő-papír-olló és a történelem

Miért veszítette el Hitler a háborút?

Mert az olló legyőzi a papírt.

3. példa – Fogoly-dilemma



Két férfit fegyveres rablással gyanúsítanak, nincs döntő bizonyíték ellenük, de ők ezt nem tudják. A rendőr felajánlja mindegyiküknek, hogy ha bevallja a rablást, de a másik tagad, akkor a beismerő vallomást tevő rabot felmentik, a tagadó rab 20 évet kap. Ha mindketten vallanak, akkor az enyhítő körülmény, így 5-5 évet kapnak. Ha mindketten tagadnak, akkor a rájuk bizonyítható tiltott fegyverviselésért 1-1 évet kapnak.

3. példa – Fogoly-dilemma

Bimátrixjátékok

A véges kétszemélyes nem nullaösszegű játékokat *bimátrixjátékoknak* nevezzük.

		2. rab	
		vall	tagad
1. rab	vall	$-5, -5$	$0, -20$
	tagad	$-20, 0$	$-1, -1$

Megoldás

Ld. a táblán.

4. példa – Ajándékozási dilemma

O. Henry A háromkirályok ajándéka című elbeszélése a következőről szól, a Young házaspárnak mindössze két kincse van, Jim családi örökségéből származó aranyórája és Della szép, hosszú haja. Karácsonyra meg akarják lepni egymást valami szép ajándékkal. Tudják egymásról, hogy mire vágynak; Jim egy óraláncra, Della pedig egy szép fésűs csatra. Mivel szegények, ezért pénzt csak a meglévő kincsük eladásával tudnak szerezni, de ezzel értéküket vesztik az ajándékok is.

4. példa – Ajándékozási dilemma

Ha mindketten eladják az értékeiket, akkor annak a szituációnak az értéke legyen 0. Az ajándékozás örömét értékeljük 2 egységgel, a megajándékozott örömét 1 egységgel. A probléma matematikai alakja:

		Della döntései	
		eladja a haját	nem adja el a haját
Jim döntései	eladja az órát	0, 0	2, 1
	nem adja el az órát	1, 2	0, 0

Megoldás

Ld. a táblán.

5. példa – A születésnap

A férj későn végzett a munkával, hazafelé menet eszébe jutott, hogy ma van a felesége születésnapja. Vagy mégsem? A virágüzlet kivételével minden zárva volt.

		természet	
		nem ma van	ma van
férj	üres kézzel	0	-10
	virággal	1	$1,5$

Gazdasági alkalmazások

Árverések

- Angol árverés
- Holland árverés
- Zárt licites árverés
- Vickrey-aukció (William Vickrey, Nobel-díj 1996.)

Szavazások

- Többségi szavazás (Kettő illetve több alternatíva esetén.)
- Többségi szavazás rájátszással
  - Több körös szavazás. A következő körben az az alternatíva már nem szerepel, ami a legkevesebb szavazatot kapta. Az utolsó körben csak két alternatíva marad.
- Súlyozott többségi szavazás (ENSZ BT)
- Borda-pontozás
- Condorcet-módszer

Borda-pontozás

Jean-Charles de Borda (1733-1799)

A szavazás menete

- Minden szavazó az alternatívákat között sorrendet állít fel, azaz megadja a preferencia-sorrendjét.
- N alternatíva esetén az első helyen lévő alternatíva N pontot kap, a második helyezett $N-1$ pontot, és így tovább, az utolsó 1-et.
- A pontokat összegzik az összes szavazóra.

Condorcet-módszer

Nicolas de Condorcet (1743-1794)

A szavazás menete

- Az alternatívák között az összes párra többségi szavazást hajtunk végre.
- Az az alternatíva a végső győztes (Condorcet-győztes), ami minden páronkénti többségi szavazásban győztes.

Jó módszernek tűnik, mi lehet vele mégis a baj?