

## Kooperatív játék magja

**Jelölések:**  $(N, v)$  azt az  $n$ -személyes kooperatív játékot jelöli, ahol  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  a játékosok halmaza, a  $v$  pedig a játékhoz tartozó karakterisztikus függvény.

**Definíció:** Az  $(N, v)$   $n$ -személyes kooperatív játék esetén *elosztáson* egy olyan  $n$ -komponensű  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  vektort értünk ( $x_i$  az  $i$ . játékos „része”), ami teljesíti a következő feltételeket:

- (1)  $x_i \geq v(\{i\})$ ;
- (2)  $\sum_{i=1}^n x_i = v(N)$ .

**Megjegyzés:** Az (1) azt jelenti, hogy az  $i$ . játékos akkor fogad el egy elosztást, ha a kifizetés legalább akkora, mint amit egymaga is elért volna. A (2) alatt azt értjük, hogy a játékosok által szerezhető teljes nyeresémet szétosztjuk.

**Definíció:** Legyen  $(N, v)$   $n$ -személyes kooperatív játék, és  $x, y \in \mathbb{R}^n$  elosztások. Az  $x$  elosztás *dominálja* az  $y$ -t az  $S \subseteq N$  koalícióra nézve, ha teljesülnek a következők:

- (1)  $x_i > y_i$ , bármely  $i \in S$  esetén;
- (2)  $\sum_{i \in S} x_i \leq v(S)$ .

Jelölés:  $x \succ_S y$

**Definíció:** Legyen  $(N, v)$   $n$ -személyes kooperatív játék, és  $x, y \in \mathbb{R}^n$  elosztások. Az  $x$  elosztás *dominálja* az  $y$ -t, ha létezik olyan nemüres  $S \subseteq N$  koalíció, amelyre nézve  $x$  dominálja  $y$ -t.

Jelölés:  $x \succ y$

**Definíció:** Egy  $(N, v)$   $n$ -személyes kooperatív játék *magja* azon  $x \in \mathbb{R}^n$  elosztásokból áll, amelyeket egyetlen elosztás sem dominál.

Jelölés:  $C(v)$

**Definíció:** Az  $(N, v)$  kooperatív játék  $v$  karakterisztikus függvényét *szuperadditív*-nak nevezzük, ha tetszőleges  $S, T \subseteq N$ ,  $S \cap T = \emptyset$  esetén,  $v(S \cup T) \geq v(S) + v(T)$ . Ez azt fejezi ki, hogy összefogás esetén legalább annyit nyernek, mint külön-külön.

**Tétel:** Ha egy  $(N, v)$   $n$ -személyes kooperatív játék  $v$  karakterisztikus függvénye szuperadditív, akkor

$$C(v) = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : \sum_{i=1}^n x_i = v(N) \text{ és } \sum_{i \in S} x_i \geq v(S) \text{ bármely } S \subseteq N\text{-re}\}.$$